

# Generierung von Hyperkantenersetzungsgrammatiken zur Heapabstraktion

Christina Jansen

RWTH Aachen

14.10.2009

# Wozu Heapabstraktionsgrammatiken?

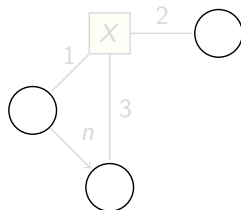
- Verifikation von auf dynamischen, heapbasierten Datenstrukturen basierenden Programmen
- Abstraktion von Heapzuständen durch Hyperkantenersetzungsgrammatiken (HRGs)
- Nutzung von Produktionsregeln der HRG zur Abstraktion & Konkretisierung
- Heapabstraktionsgrammatik = HRG + spez. Eigenschaften
- automatisches Lernen von geeigneten HRGs

# Hypergraphen

## Definition (Hypergraph $H$ über $\Sigma$ )

$H = (V, E, lab, att, ext)$  über Alphabet  $\Sigma$ :

- $V$  Knotenmenge,  $E$  Kantenmenge
- $lab : E \rightarrow \Sigma$  Beschriftungsfunktion
- $att : E \rightarrow V^*$  Bindungsfunktion
- $ext \in V^*$  Menge externer Knoten

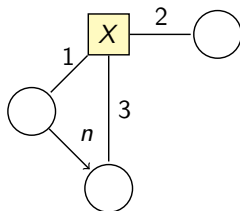


# Hypergraphen

## Definition (Hypergraph $H$ über $\Sigma$ )

$H = (V, E, lab, att, ext)$  über Alphabet  $\Sigma$ :

- $V$  Knotenmenge,  $E$  Kantenmenge
- $lab : E \rightarrow \Sigma$  Beschriftungsfunktion
- $att : E \rightarrow V^*$  Bindungsfunktion
- $ext \in V^*$  Menge externer Knoten

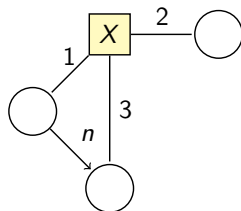


# Hypergraphen

## Definition (Hypergraph $H$ über $\Sigma$ )

$H = (V, E, lab, att, ext)$  über Alphabet  $\Sigma$ :

- $V$  Knotenmenge,  $E$  Kantenmenge
- $lab : E \rightarrow \Sigma$  Beschriftungsfunktion
- $att : E \rightarrow V^*$  Bindungsfunktion
- $ext \in V^*$  Menge externer Knoten

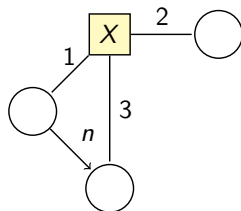


# Hypergraphen

## Definition (Hypergraph $H$ über $\Sigma$ )

$H = (V, E, lab, att, ext)$  über Alphabet  $\Sigma$ :

- $V$  Knotenmenge,  $E$  Kantenmenge
- $lab : E \rightarrow \Sigma$  Beschriftungsfunktion
- $att : E \rightarrow V^*$  Bindungsfunktion
- $ext \in V^*$  Menge externer Knoten

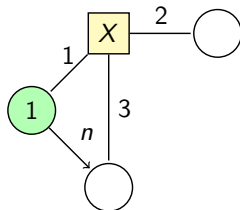


# Hypergraphen

## Definition (Hypergraph $H$ über $\Sigma$ )

$H = (V, E, lab, att, ext)$  über Alphabet  $\Sigma$ :

- $V$  Knotenmenge,  $E$  Kantenmenge
- $lab : E \rightarrow \Sigma$  Beschriftungsfunktion
- $att : E \rightarrow V^*$  Bindungsfunktion
- $ext \in V^*$  Menge externer Knoten



# Hyperkantenersetzungsgrammatik (HRG)

## Definition (HRG $G$ über $\Sigma$ )

$G = (N, T, P, S)$  mit  $\Sigma = N \cup T$ ,  $N \cap T = \emptyset$ :

- $N$  Nichtterminalmenge,  $T$  Terminalmenge
- $P$  Produktionsregelmenge,  $(X, H) \in P$  mit  $X \in N$  und  $H$  Hypergraph
- $S$  Startsymbol

**Beispiel:** einfach verkettete Liste

$N = \{L\}$ ,  $T = \{n\}$

Produktionsregeln:





# Hyperkantenersetzungsgrammatik (HRG)

## Definition (HRG $G$ über $\Sigma$ )

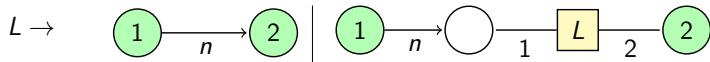
$G = (N, T, P, S)$  mit  $\Sigma = N \cup T$ ,  $N \cap T = \emptyset$ :

- $N$  Nichtterminalmenge,  $T$  Terminalmenge
- $P$  Produktionsregelmenge,  $(X, H) \in P$  mit  $X \in N$  und  $H$  Hypergraph
- $S$  Startsymbol

**Beispiel:** einfach verkettete Liste

$N = \{L\}$ ,  $T = \{n\}$

Produktionsregeln:



# Hyperkantenersetzungsgrammatik (HRG)

## Definition (HRG $G$ über $\Sigma$ )

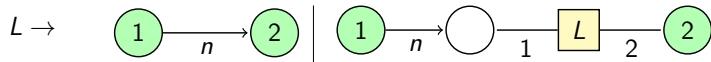
$G = (N, T, P, S)$  mit  $\Sigma = N \cup T$ ,  $N \cap T = \emptyset$ :

- $N$  Nichtterminalmenge,  $T$  Terminalmenge
- $P$  Produktionsregelmenge,  $(X, H) \in P$  mit  $X \in N$  und  $H$  Hypergraph
- $S$  Startsymbol

**Beispiel:** einfach verkettete Liste

$N = \{L\}$ ,  $T = \{n\}$

Produktionsregeln:



# Übersicht: Heapabstraktion

## Problem:

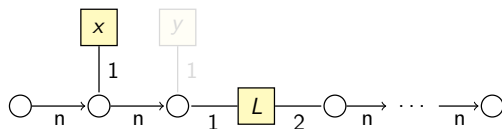
- heapbasierte, dynamische Datenstrukturen
- Konstruktion und Destruktion von Objekten zur Laufzeit
- pot. unendliche Menge an Heapzuständen

## Ansatz:

- Heaprepräsentation durch Hypergraphen
- Abstraktion von Hypergraphen durch rückwärtige Produktionsregelanwendung
- Partielle Konkretisierung

# Heaprepräsentation

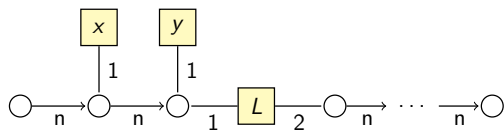
- Variablen: Terminalkanten vom Rang 1
- Zeiger: Terminalkanten vom Rang 2
- Hypergraphrepräsentation eines Heapzustandes: **Heapkonfiguration**



```
[...]
y := x.n;
x := nil;
[...]
```

# Heaprepräsentation

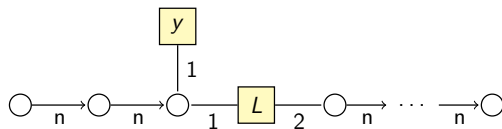
- Variablen: Terminalkanten vom Rang 1
- Zeiger: Terminalkanten vom Rang 2
- Hypergraphrepräsentation eines Heapzustandes: **Heapkonfiguration**



```
[...]
y := x.n;
x := nil;
[...]
```

# Heaprepräsentation

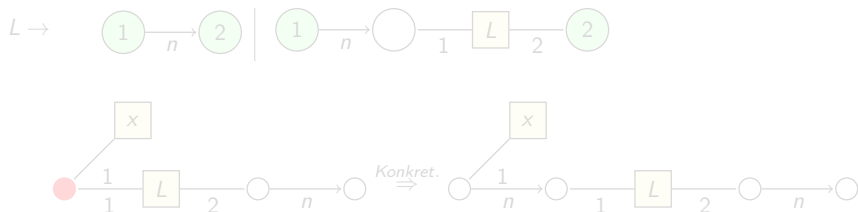
- Variablen: Terminalkanten vom Rang 1
- Zeiger: Terminalkanten vom Rang 2
- Hypergraphrepräsentation eines Heapzustandes: **Heapkonfiguration**



```
[...]
y := x.n;
x := nil;
[...]
```

# Abstraktion & Konkretisierung

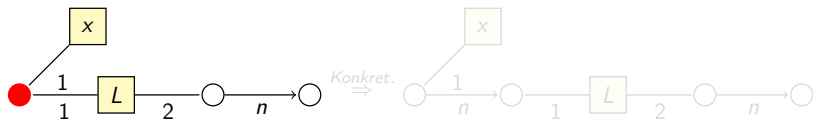
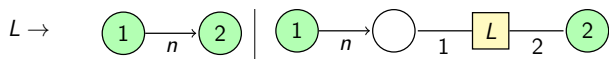
- Abstraktion: soweit wie möglich
- Konkretisierung: wenn nötig (unzulässige Konfiguration)



$\Rightarrow$  Operationen nur auf konkreten Teilgraphen nötig

# Abstraktion & Konkretisierung

- Abstraktion: soweit wie möglich
- Konkretisierung: wenn nötig (unzulässige Konfiguration)

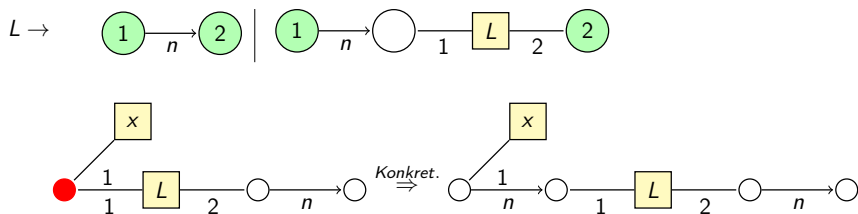


$\Rightarrow$  Operationen nur auf konkreten Teilgraphen nötig



# Abstraktion & Konkretisierung

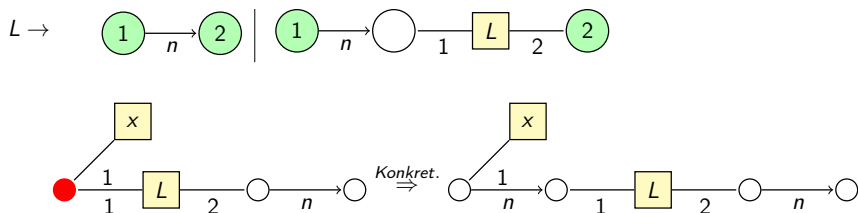
- Abstraktion: soweit wie möglich
- Konkretisierung: wenn nötig (unzulässige Konfiguration)



$\Rightarrow$  Operationen nur auf konkreten Teilgraphen nötig

# Abstraktion & Konkretisierung

- Abstraktion: soweit wie möglich
- Konkretisierung: wenn nötig (unzulässige Konfiguration)



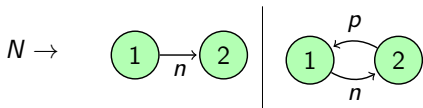
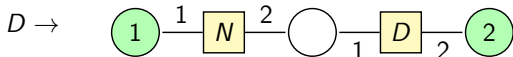
$\Rightarrow$  Operationen nur auf konkreten Teilgraphen nötig

# HRG = Heapabstraktionsgrammatik?

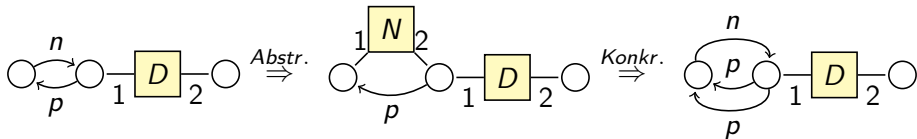
- Anpassungen für Ausführen von Produktionsregeln "rückwärts"
- Verlust von Eigenschaften wie Konfluenz, Terminierung etc.
- Heapabstraktionsgrammatik = HRG + spez. Anforderungen
  - Produktivität
  - Wachstum
  - **Typisierung**
  - Variablenfreiheit
  - **Lokale Apex-Eigenschaft**

## Typisierung

**Problemfall:** verkettete Liste mit pot. Rückwärtszeigern

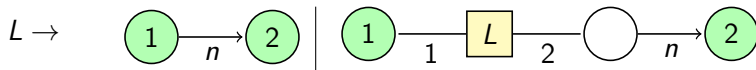


Denn z.B.:

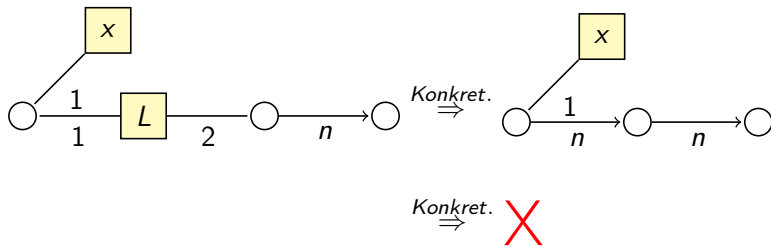


## Lokale Apex-Eigenschaft

**Problemfall:** einfach verkettete Liste

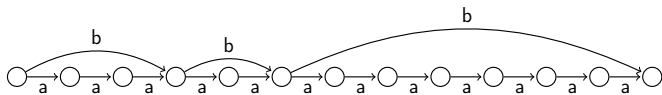


**Variablenzuweisung:**

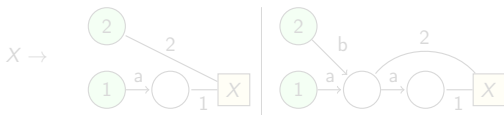


## Idee: Konstruktion der lokalen Apex-Eigenschaft

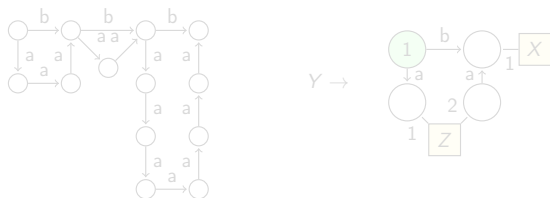
## Datenstruktur: Grashüpfer



## HRG (Auszug)

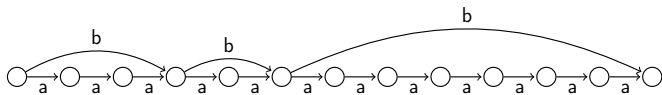


## Idee: "Falten" von Teilgraphen

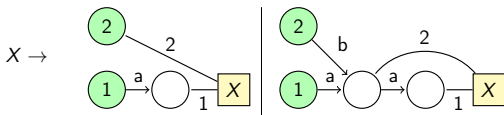


## Idee: Konstruktion der lokalen Apex-Eigenschaft

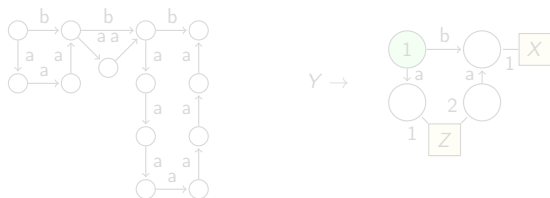
## Datenstruktur: Grashüpfer



## HRG (Auszug)

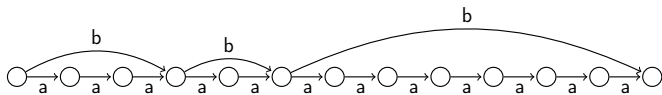


## Idee: "Falten" von Teilgraphen

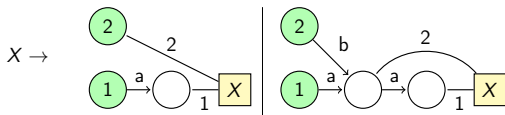


## Idee: Konstruktion der lokalen Apex-Eigenschaft

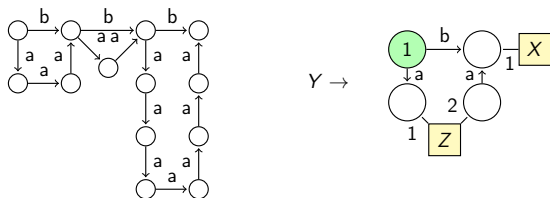
## Datenstruktur: Grashüpfen



## HRG (Auszug)



## Idee: "Falten" von Teilgraphen





# Überblick: Lernen von HRGs

- Problem: geeignete Heapabstraktionsgrammatik von Datenstruktur & Programmanweisungen abhängig
- Ziel: Automatisierte Konstruktion der Grammatik
- Vorgehensweise: Lernen von Nichtterminalen und Produktionsregeln während der Programmausführung
- Idee: Inferenz von HRGs durch Hypergraph-Beispielmengen

# Überblick: Lernen von HRGs

- Problem: geeignete Heapabstraktionsgrammatik von Datenstruktur & Programmanweisungen abhängig
- Ziel: Automatisierte Konstruktion der Grammatik
- Vorgehensweise: Lernen von Nichtterminalen und Produktionsregeln während der Programmausführung
- Idee: Inferenz von HRGs durch Hypergraph-Beispielmengen

# Überblick: Lernen von HRGs

- Problem: geeignete Heapabstraktionsgrammatik von Datenstruktur & Programmanweisungen abhängig
- Ziel: Automatisierte Konstruktion der Grammatik
- Vorgehensweise: Lernen von Nichtterminalen und Produktionsregeln während der Programmausführung
- Idee: Inferenz von HRGs durch Hypergraph-Beispielmengen

# Grundlage: Inferenzalgorithmus

- [Jeltsch, 1990]: Inferenz von HRGs
- Grundlegende Idee: Dekomposition von Produktionsregeln
- Problem: hochgradig nichtdeterministisch
- Heuristiken zur Determinisierung:
  - Schrittweise Dekomposition
  - Zerlegung in disjunkte Teilgraphen
  - falls nötig: minimaler Schnitt
  - Zusammenfassen von Nichtterminalen mit gleichem Rang und gleicher Terminalfolge

# Grundlage: Inferenzalgorithmus

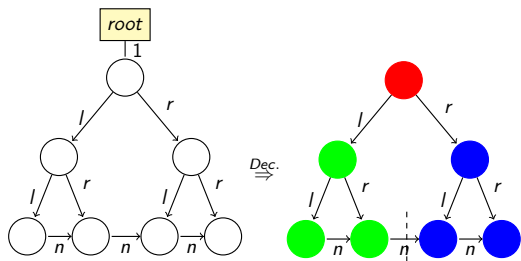
- [Jeltsch, 1990]: Inferenz von HRGs
- Grundlegende Idee: Dekomposition von Produktionsregeln
- Problem: hochgradig nichtdeterministisch
- Heuristiken zur Determinisierung:
  - Schrittweise Dekomposition
  - Zerlegung in disjunkte Teilgraphen
  - falls nötig: minimaler Schnitt
  - Zusammenfassen von Nichtterminalen mit gleichem Rang und gleicher Terminalfolge

# Grundlage: Inferenzalgorithmus

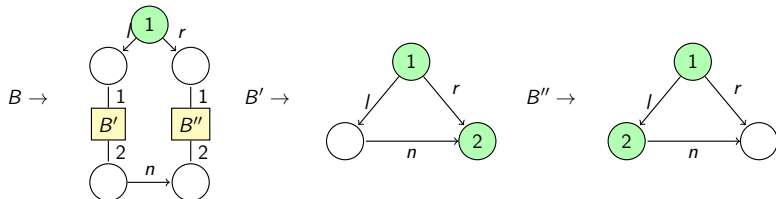
- [Jeltsch, 1990]: Inferenz von HRGs
- Grundlegende Idee: Dekomposition von Produktionsregeln
- Problem: hochgradig nichtdeterministisch
- Heuristiken zur Determinisierung:
  - Schrittweise Dekomposition
  - Zerlegung in disjunkte Teilgraphen
  - falls nötig: minimaler Schnitt
  - Zusammenfassen von Nichtterminalen mit gleichem Rang und gleicher Terminalfolge

# Beispiel: Dekomposition

**Hypergraph:** binärer Baum mit verketteter Blattfront



**Dekomposition: Produktionsregeln**






## Zusammenfassung & Ausblick

- Heapabstraktionsgrammatik aus gegebener HRG
- Herstellung der lokalen Apex-Eigenschaft komplex
- Grundlage: Lokale Greibach NF
- Optimierung: lokale Greibach Normalform Konstruktion
- automatische Generierung einer geeigneten HRG
- Hauptidee: Dekomposition von Beispielhypergraphen



Danke für Ihre Aufmerksamkeit!

-  Stefan Rieger und Thomas Noll.  
*Abstracting Complex Data Structures by Hyperedge Replacement*  
Springer-Verlag, 2008.
-  Joost Engelfriet, Linda Heyker und George Leih.  
*Context-Free Graph Languages of Bounded Degree are Generated by Apex Graph Grammars.*  
Acta Inf., Vol. 31, 1994.
-  Eric Jeltsch and Hans-Jörg Kreowski.  
*Grammatical Inference Based on Hyperedge Replacement*  
Graph-Grammars and Their Application to Computer Science, 461-474,  
1990.