Technische Universität Wien
Programmiersprachen und Übersetzerbau
Prof. Dr. J. Knoop

A-1040 Wien
Argentinierstr. 8
Tel.: 01-58801-18510

" Optimierende Compiler (185.A04, VU 2.0, ECTS 3.0) " WS 2020/21

Übungsblatt 4 10.11.2020

Aufgabe 1 : (3*2+(2+2)+(2+2) Punkte)

Das Problem *linearer Konstanten* beschränkt sich darauf, die Konstanz linearer Programmterme in einer Programmvariablen zu erkennen, d.h. die Konstanz von Termen der Form $cx + d$, wobei x eine Variable und c, d Konstanten des relevanten Datenbereichs sind (z.B. $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, etc.).

Das Problem linearer Konstanten lässt sich auf das Problem *quadratischer Konstanten* (*QuadC*) in einer Programmvariablen verallgemeinern. Beim Problem quadratischer Konstanzen ist die Konstanz quadratischer Programmterme der Form cx^2+dx+e zu erkennen, wobei x eine Variable und c, d, e Konstanten des relevanten Datenbereichs sind.

1. Geben Sie nach dem Vorbild des Problems für lineare Konstanten (Def. 5.4.1.1, Def. 5.4.1.2, Kap. 5.4.2) folgende Funktionen für die Spezifikation des QuadC-Problems an:
   - Semantik von Termen (Termevaluierungsfunktion):
     $\mathcal{E}_{quadc} : \mathbf{T} \to (\Sigma' \to \mathbb{D})$
   - Semantik von Instruktionen ($\iota \equiv x := t$ und $\iota \equiv skip$):
     $\theta_\iota^{quadc} : \Sigma' \to \Sigma'$
   - DFA-Funktional für das QuadC-Problem über $\mathbb{Z}$ bzw. über $\mathbb{N}$:
     $[\![\ ]\!]_{quadc} : E \to (\Sigma' \to \Sigma')$
2. Untersuchen Sie, ob die DFA-Funktionen $[\![e]\!]_{quadc}$, $e \in E$, über $\mathbb{Z}$
   - monoton
   - distributiv

   sind und begründen Sie Ihre Antwort jeweils (Beweis oder Gegenbeispiel).
3. Untersuchen Sie, ob die DFA-Funktionen $[\![e]\!]_{quadc}$, $e \in E$, über $\mathbb{N}$
   - monoton
   - distributiv

   sind und begründen Sie Ihre Antwort jeweils (Beweis oder Gegenbeispiel).

Aufgabe 2 : (2+2 Punkte)

Für die Vervollständigung der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 zur Unentscheidbarkeit des Konstantenausbreitungsproblems ist folgende Äquivalenz zu zeigen:

P hat keine Wurzel in den natürlichen Zahlen gdw.
z hat am Knoten $\mathbf{e}$ einen konstanten Wert.

Führen Sie aus, dass diese Äquivalenz in der Situation der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 gilt.

Aufgabe 3 : (10 Punkte)

Beweisen Sie das Koinzidenztheorem 3.5.2 für intraprozedurale Datenflussanalyse:

Koinzidenztheorem 3.5.2

Die *MaxFP*-Lösung stimmt mit der *MOP*-Lösung für eine DFA-Spezifikation $\mathcal{S}_G = (\widehat{\mathcal{C}}, [\![\ ]\!], c_{\mathbf{s}}, fw)$ überein, d.h.,

$$\forall\, n \in N.\ MaxFP_{\mathcal{S}_G}(n) = MOP_{\mathcal{S}_G}(n)$$

wenn das Datenflussanalysefunktional $[\![\ ]\!]$ distributiv ist.

Hinweis: Die Inklusion $\sqsubseteq$ ist bereits in Aufgabe 3 von Aufgabenblatt 3 gezeigt. Es reicht deshalb, die noch fehlende Implikation $\sqsupseteq$ zu zeigen. Diese Inklusion kann durch eine Induktion über die Anzahl der Schritte des generischen Fixpunktalgorithmus 3.4.3 gezeigt werden kann.

Abgabe: Dienstag, den 17.11.2020, per e-mail an: `knoopcomplang.tuwien.ac.at`