

Aufgabe 1 : $(3 \cdot 2 + (2+2) + (2+2))$ Punkte)

Das Problem *linearer Konstanten* beschränkt sich darauf, die Konstanz linearer Programmterme in einer Programmvariablen zu erkennen, d.h. die Konstanz von Termen der Form $cx + d$, wobei x eine Variable und c, d Konstanten des relevanten Datenbereichs sind (z.B. \mathbb{IN} , \mathbb{Z} , etc.).

Das Problem linearer Konstanten lässt sich auf das Problem *quadratischer Konstanten* (*QuadC*) in einer Programmvariablen verallgemeinern. Beim Problem quadratischer Konstanzen ist die Konstanz quadratischer Programmterme der Form $cx^2 + dx + e$ zu erkennen, wobei x eine Variable und c, d, e Konstanten des relevanten Datenbereichs sind.

1. Geben Sie nach dem Vorbild des Problems für lineare Konstanten (Def. 5.4.1.1, Def. 5.4.1.2, Kap. 5.4.2) folgende Funktionen für die Spezifikation des QuadC-Problems an:

- Semantik von Termen (Termevaluierungsfunktion):
 $\mathcal{E}_{quadc} : \mathbf{T} \rightarrow (\Sigma' \rightarrow \text{ID})$
- Semantik von Instruktionen ($\iota \equiv x := t$ und $\iota \equiv skip$):
 $\theta_{\iota}^{quadc} : \Sigma' \rightarrow \Sigma'$
- DFA-Funktional für das QuadC-Problem über \mathbb{Z} bzw. über \mathbb{IN} :
 $\llbracket \cdot \rrbracket_{quadc} : E \rightarrow (\Sigma' \rightarrow \Sigma')$

2. Untersuchen Sie, ob die DFA-Funktionen $\llbracket e \rrbracket_{quadc}$, $e \in E$, über \mathbb{Z}

- monoton
- distributiv

sind und begründen Sie Ihre Antwort jeweils (Beweis oder Gegenbeispiel).

3. Untersuchen Sie, ob die DFA-Funktionen $\llbracket e \rrbracket_{quadc}$, $e \in E$, über \mathbb{IN}

- monoton
- distributiv

sind und begründen Sie Ihre Antwort jeweils (Beweis oder Gegenbeispiel).