

Aufgabe 1 : (6*2 Punkte)

Bezeichne \mathbb{IN} die Menge der natürlichen Zahlen, $\mathcal{P}(\mathbb{IN})$ die Menge aller Teilmengen von \mathbb{IN} , $\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN})$ die Menge aller endlichen Teilmengen von \mathbb{IN} und \subseteq die Teilmengenrelation.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Welche nicht?

1. $(\mathcal{P}(\mathbb{IN}), \subseteq)$ ist eine partielle Ordnung.
2. $(\mathcal{P}(\mathbb{IN}), \subseteq)$ ist ein Verband.
3. $(\mathcal{P}(\mathbb{IN}), \subseteq)$ ist ein vollständiger Verband.
4. $(\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN}), \subseteq)$ ist eine partielle Ordnung.
5. $(\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN}), \subseteq)$ ist ein Verband.
6. $(\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN}), \subseteq)$ ist ein vollständiger Verband.

Begründen Sie Ihre Antwort (Beweis oder Gegenbeispiel).

Hinweis: Partielle Ordnungen und Hasse-Diagramme sind in Anhang A.2 eingeführt, Verbände und vollständige Verbände in Anhang A.4.

Aufgabe 2 : (2*4 Punkte)

Für die Vervollständigung der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 zur Unentscheidbarkeit des Konstantenausbreitungsproblems ist die folgende Äquivalenz zu beweisen:

P hat keine Wurzel in den natürlichen Zahlen gdw.

z hat am Knoten e einen konstanten Wert.

Führen Sie aus, dass diese Äquivalenz in der Situation der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 gilt.