

**Aufgabe 1** : (6\*2 Punkte)

Bezeichne  $\mathbb{IN}$  die Menge der natürlichen Zahlen,  $\mathcal{P}(\mathbb{IN})$  die Menge aller Teilmengen von  $\mathbb{IN}$ ,  $\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN})$  die Menge aller endlichen Teilmengen von  $\mathbb{IN}$  und  $\subseteq$  die Teilmengenrelation.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Welche nicht?

1.  $(\mathcal{P}(\mathbb{IN}), \subseteq)$  ist eine partielle Ordnung.
2.  $(\mathcal{P}(\mathbb{IN}), \subseteq)$  ist ein Verband.
3.  $(\mathcal{P}(\mathbb{IN}), \subseteq)$  ist ein vollständiger Verband.
4.  $(\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN}), \subseteq)$  ist eine partielle Ordnung.
5.  $(\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN}), \subseteq)$  ist ein Verband.
6.  $(\mathcal{P}_{fin}(\mathbb{IN}), \subseteq)$  ist ein vollständiger Verband.

Begründen Sie Ihre Antwort (Beweis oder Gegenbeispiel).

*Hinweis:* Partielle Ordnungen und Hasse-Diagramme sind in Anhang A.2 eingeführt, Verbände und vollständige Verbände in Anhang A.4.

**Aufgabe 2** : (2\*4 Punkte)

Für die Vervollständigung der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 zur Unentscheidbarkeit des Konstantenausbreitungsproblems ist die folgende Äquivalenz zu beweisen:

$P$  hat keine Wurzel in den natürlichen Zahlen gdw.

$z$  hat am Knoten  $e$  einen konstanten Wert.

Führen Sie aus, dass diese Äquivalenz in der Situation der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 gilt.