

**Aufgabe 1** : (2\*4 Punkte)

Für die Vervollständigung der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 zur Unentscheidbarkeit des Konstantenausbreitungsproblems ist die folgende Äquivalenz zu beweisen:

$P$  hat keine Wurzel in den natürlichen Zahlen gdw.

$z$  hat am Knoten  $e$  einen konstanten Wert.

Führen Sie aus, dass diese Äquivalenz in der Situation der Beweisskizze von Theorem 5.1.1 gilt.

**Aufgabe 2** : (3\*2+(2+2)+(2+2) Punkte)

Das Problem *linearer Konstanten* beschränkt sich darauf, die Konstanz linearer Programmterme in einer Programmvariablen zu erkennen, d.h. die Konstanz von Termen der Form  $cx + d$ , wobei  $x$  eine Variable und  $c, d$  Konstanten sind.

Das Problem linearer Konstanten lässt sich auf das Problem *quadratischer Konstanten (QuC)* in einer Programmvariablen verallgemeinern. Beim Problem quadratischer Konstanzen ist die Konstanz quadratischer Programmterme der Form  $cx^2 + dx + e$  zu erkennen, wobei  $x$  eine Variable und  $c, d, e$  Konstanten sind.

1. Geben Sie nach dem Vorbild des Problems für lineare Konstanten (Def. 5.4.1.1, Def. 5.4.1.2, Kap. 5.4.2) folgende Funktionen für die Spezifikation des QuC-Problems an:

- Semantik von Termen (Termevaluierungsfunktion):  
 $\mathcal{E}_{quc} : \mathbf{T} \rightarrow (\Sigma' \rightarrow \mathbb{ID})$
- Semantik von Instruktionen ( $\iota \equiv x := t$  und  $\iota \equiv skip$ ):  
 $\theta_t^{quc} : \Sigma' \rightarrow \Sigma'$
- DFA-Funktional für das QuC-Problem über  $\mathbb{Z}$  bzw. über  $\mathbb{IN}$ :  
 $\llbracket \_ \rrbracket_{quc} : E \rightarrow (\Sigma' \rightarrow \Sigma')$

2. Untersuchen Sie, ob die DFA-Funktionen  $\llbracket e \rrbracket_{quc}$ ,  $e \in E$ , über  $\mathbb{Z}$

- monoton
- distributiv

sind und begründen Sie Ihre Antwort jeweils (Beweis oder Gegenbeispiel).

3. Untersuchen Sie, ob die DFA-Funktionen  $\llbracket e \rrbracket_{quc}$ ,  $e \in E$ , über  $\mathbb{IN}$

- monoton
- distributiv

sind und begründen Sie Ihre Antwort jeweils (Beweis oder Gegenbeispiel).

**Aufgabe 3** : (10 Punkte)

Beweisen Sie das Koinzidenztheorem 3.5.2 für intraprozedurale Datenflussanalyse:

**Koinzidenztheorem**

Die *MaxFP*-Lösung stimmt mit der *MOP*-Lösung für eine DFA-Spezifikation  $\mathcal{S}_G = (\hat{\mathcal{C}}, \llbracket \cdot \rrbracket, c_s, fw)$  überein, d.h.,

$$\forall n \in \mathbb{N}. \text{MaxFP}_{\mathcal{S}_G}(n) = \text{MOP}_{\mathcal{S}_G}(n)$$

wenn das Datenflussanalysefunktional  $\llbracket \cdot \rrbracket$  distributiv ist.

*Hinweis:* Die Inklusion  $\sqsubseteq$  ist bereits in Aufgabe 3 von Aufgabenblatt 2 gezeigt. Es reicht deshalb, die noch fehlende Implikation  $\supseteq$  zu zeigen. Diese Inklusion kann durch eine Induktion über die Anzahl der Schritte des generischen Fixpunktalgorithmus 3.4.3 gezeigt werden kann.

---

**Abgabe:** Mittwoch, den 07.12.2016, vor der Vorlesung.