
Heutiges Thema...

Datenstrukturen in Haskell...

- Algebraische Datentypen (`data Tree = ...`)
- Typsynonyme (`type Student = ...`)
- Spezialitäten (`newtype State = ...`)

Datentypdeklarationen in Haskell

...selbstdefinierte (neue) Datentypen in Haskell!

↪ Haskell's Vehikel dafür: *Algebraische Typen*

Algebraische Typen erlauben uns zu definieren...

- Summentypen
 - *Spezialfälle*
 - * Produkttypen
 - * Aufzählungstypen

In der Praxis besonders wichtige Varianten...

- Rekursive Typen (↪ "unendliche" Datenstrukturen)
- Polymorphe Typen (↪ Wiederverwendung): *Später!*

Grundlegende Typmuster

Aufzählungs-, Produkt- und Summentypen:

- *Aufzählungstypen*
 - ↪ Typen mit endlich vielen Werten
 - ...typisches Beispiel: Typ *Jahreszeiten* mit Werten
Fruehling, Sommer, Herbst und Winter.
- *Produkttypen* (synonym: *Verbundtypen*)
 - ↪ Typen mit möglicherweise unendlich vielen Tupelwerten
 - ...typisches Beispiel: Typ *Person* mit Werten
(Adam, maennlich, 27), (Eva, weiblich, 25), etc.
- *Summentypen* (synonym: *Vereinigungstypen*)
 - ↪ Vereinigung von Typen mit möglicherweise jeweils unendlich vielen Werten
 - ...typisches Beispiel: Typ *Verkehrsmittel* als Vereinigung der
(Werte der) Typen *Auto*, *Schiff*, *Flugzeug*, etc.

Zum Einstieg und Vergleich... (1)

Realisierung von Typdefinitionen in imperativen Sprachen

...hier am Bsp. von Pascal

- *Aufzählungstypen*

```
TYPE jahreszeiten = (fruehling, sommer, herbst, winter);
spielkartenfarben = (kreuz, pik, herz, karo);
werkstage = (montag, dienstag, mittwoch,
             donnerstag, freitag);
transportmittel = (fahrrad, auto, schiff, flugzeug);
form = (kreis, rechteck, quadrat, dreieck);
```

- *Produkttypen*

```
TYPE person = RECORD
    name: ARRAY [1..42] OF char;
    geschlecht: (maennlich, weiblich);
    alter: integer
END;
```

Zum Einstieg und Vergleich... (2)

- *Summentypen*

```
TYPE verkehrsmittel =
  RECORD
    CASE vkm: transportmittel OF
      fahrrad: (tandem: Boolean);
      auto: (hersteller: ARRAY [1..30] OF char;
            hubraum: real);
      schiff: (name: ARRAY [1..30] OF char;
              tiefgang: real;
              heimathafen: ARRAY [1..50] OF char);
      flugzeug: (reichweite: real;
                sitzplaetze: integer)
    END;

geometrischefigur =
  RECORD
    CASE fgr: form OF
      kreis: (radius: real);
      rechteck : (breite, hoehe: real);
      quadrat : (seitenlaenge, diagonale: real);
      dreieck: (s1, s2, s3: real; rechteck: boolean);
    END;
```

Zum Einstieg und Vergleich... (3)

Aufzählungstypen, Produkttypen, Summentypen...

- In Pascal ...drei verschiedene Sprachkonstrukte
- In Haskell ...ein *einheitliches* Sprachkonstrukt
~> die *algebraische Datentypdefinition*

Zum Einstieg und Vergleich... (4)

Obige Einstiegsdatentypbeispiele in Haskell...

- Aufzählungstyp Jahreszeiten

```
data Jahreszeiten = Fruehling | Sommer | Herbst | Winter
data Werktage    = Montag | Dienstag | Mittwoch | Donnerstag | Freitag
data Bool        = True | False
```

- Produkttyp Person

```
data Person = Pers Name Geschlecht Alter
```

mit

```
type Name = String
type Alter = Int
data Geschlecht = Maennlich | Weiblich
```

Zum Einstieg und Vergleich... (5)

- Summentyp Verkehrsmittel

```
data Verkehrsmittel = Fahrrad Bool |
                    Auto String Float |
                    Schiff String Float String |
                    Flugzeug Float Int
```

In obiger Form offenbar wenig transparent im Vergleich zu:

```
TYPE verkehrsmittel =
  RECORD
    CASE vkm: transportmittel OF
      fahrrad: (tandem: Boolean);
      auto: (hersteller: ARRAY [1..30] OF char;
            hubraum: real);
      schiff: (name: ARRAY [1..30] OF char;
              tiefgang: real;
              heimathafen: ARRAY [1..50] OF char);
      flugzeug: (reichweite: real;
                sitzplaetze: integer)
    END;
```

Zum Einstieg und Vergleich... (5)

- Summentyp Verkehrsmittel

```
data Verkehrsmittel = Fahrrad Tandem |
                    Auto Hersteller Hubraum |
                    Schiff Name Tiefgang Heimathafen |
                    Flugzeug Spannweite Sitzplaetze
```

mit

```
type Tandem      = Bool
type Hersteller  = String
type Hubraum     = Float
type Name        = String
type Tiefgang    = Float
type Heimathafen = String
type Reichweite  = Float
type Sitzplaetze = Int
```

Man erkennt: Typsynonyme bringen *Transparenz* ins Programm!

Algebraische Datentypen in Haskell

...das allg. Muster der algebraischen Datentypdefinition:

```
data Typename
  = Con1 t11 ... t1k1 |
  Con2 t21 ... t2k2 |
  ...
  Conn tn1 ... tnkn
```

Sprechweisen:

- Typename ... *Typname/-identifikator*
- $\text{Con}_i, i = 1..n$... *Konstruktor(en)/-identifikatoren*
- $k_i, i = 1..n$... *Stelligkeit* des Konstruktors $\text{Con}_i, k_i \geq 0, i = 1, \dots, n$

Beachte: Typ- und Konstruktoridentifikatoren müssen mit einem Großbuchstaben beginnen (siehe z.B. `True`, `False`)!

Konstruktoren...

...können als Funktionsdefinitionen gelesen werden:

```
Coni :: ti1 -> ... -> tiki -> Typename
```

Konstruktion von Werten eines algebraischen Datentyps durch...

...Anwendung eines Konstruktors auf Werte "passenden" Typs, d.h....

```
Coni vi1 ... viki :: Typname
```

wobei $v_{i1} :: t_{i1} \dots v_{ik_i} :: t_{ik_i}, j = 1, \dots, k_i$

Beispiele:

- `Pers "Adam" Maennlich 27 :: Person`
- `Schiff "Donaukönigin" 2.74 "Wien" :: Verkehrsmittel`
- `Flugzeug 8540.75 275 :: Verkehrsmittel`

Aufzählungstypen (1)

Nullstellige Konstruktoren führen auf *Aufzählungstypen*...

Beispiele:

```
data Spielfarbe = Kreuz | Pik | Herz | Karo
data Wochenende = Sonnabend | Sonntag
data Geschlecht = Maennlich | Weiblich
data Form        = Kreis | Rechteck | Quadrat | Dreieck
```

Insbesondere ist der Typ der Wahrheitswerte...

```
data Bool = True | False
```

...Beispiel eines in Haskell vordefinierten Aufzählungstyps.

Aufzählungstypen (2)

Funktionsdefinitionen über Aufzählungstypen...

~> üblicherweise mit Hilfe von Pattern-matching.

Beispiele:

```
hatEcken :: Form -> Bool
hatEcken Kreis = False
hatEcken _     = True

istLandgebunden :: Verkehrsmittel -> Bool
istLandgebunden Fahrrad = True
istLandgebunden Auto     = True
istLandgebunden _       = False
```

Produkttypen

(Alternativenlose) mehrstellige Konstruktoren führen auf *Produkttypen*...

Beispiel:

```
type Name      = String
type Alter     = Int
data Geschlecht = Maennlich | Weiblich

data Person = Pers Name Geschlecht Alter
```

Beispiele: ...für Werte des Typs Person.

```
Pers "Paul Pfiffig" Maennlich 23 :: Person
Pers "Paula Plietsch" Weiblich 22 :: Person
```

Beachte: Funktionalität der Konstruktorfunktion ist hier...

```
Pers :: Name -> Geschlecht -> Alter -> Person
```

Summentypen (1)

Mehrere (null- oder mehrstellige) Konstruktoren führen auf Summentypen...

Beispiel:

```
type Radius      = Float
type Breite      = Float
type Hoehe       = Float
type Seite1      = Float
type Seite2      = Float
type Seite3      = Float
type Rechtwinklig = Bool

data XFigur = Kreis Radius |
            Rechteck Breite Hoehe |
            Quadrat Kantenlaenge |
            Dreieck Seite1 Seite2 Seite3 Rechtwinklig |
            Ebene
```

Die Varianten einer Summe werden durch “|” getrennt.

Summentypen (2)

Beispiele: ...für Werte des Typs erweiterte Figur XFigur

```
Kreis 3.14 :: XFigur
Rechteck 17.0 4.0 :: XFigur
Quadrat 47.11 :: XFigur
Dreieck 3.0 4.0 5.0 True :: XFigur
Ebene :: XFigur
```

Zwischenfazit

Somit ergibt sich die eingangs genannte Taxonomie algebraischer Datentypen...

Haskell offeriert...

- Summentypen

mit den beiden *Spezialfällen*

- Produkttypen
 ↪ nur ein Konstruktor, mehrstellig
- Aufzählungstypen
 ↪ ein oder mehrere Konstruktoren, alle nullstellig

Rekursive Typen (1)

...der Schlüssel zu (potentiell) unendlichen Datenstrukturen.

Technisch:

...zu definierende Typnamen können rechtsseitig in der Definition benutzt werden.

Beispiel: ...(arithmetische) Ausdrücke

```
data Expr = Opd Int |
           Add Expr Expr |
           Sub Expr Expr |
           Squ Expr
```

Rekursive Typen (2)

Beispiele ...für Ausdrücke (lies --> als "entspricht").

```
Opd 42 :: Expr           --> 42
Add (Opd 17) (Opd 4) :: Expr   --> 17+4
Add (Squ (Sub (Opd 42) (Squ (2)))) (Opd 12) :: Expr
--> square(42-square(2))+12
```

...rekursive Typen ermöglichen potentiell unendliche Datenstrukturen!

Rekursive Typen (3)

Weiteres Beispiel:

Binärbäume, hier zwei verschiedene Varianten:

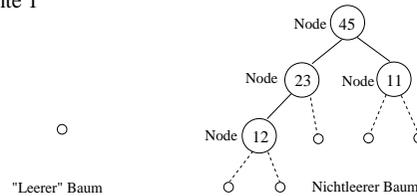
```
data BinTree1 = Nil | Node Int BinTree1 BinTree1
```

```
data BinTree2 = Leaf Int | Node Int BinTree2 BinTree2
```

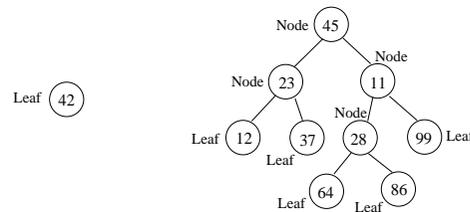
Rekursive Typen (4)

Veranschaulichung der Binärbaumvarianten 1&2 anhand eines Beispiels:

Variante 1



Variante 2



Rekursive Typen (5)

Beispiele ...für Funktionen über Binärbaumvariante 1.

```
valBinTree1 :: BinTree1 -> Int
valBinTree1 Nil = 0
valBinTree1 (Node n bt1 bt2) = n + valBinTree1 bt1 + valBinTree1 bt2
```

```
depthBinTree1 :: BinTree1 -> Int
depthBinTree1 Nil = 0
depthBinTree1 (Node _ bt1 bt2)
  = 1 + max (depthBinTree1 bt1) (depthBinTree1 bt2)
```

Mit diesen Definitionen...

```
valBinTree1 Nil == 0
valBinTree1 (Node 17 Nil (Node 4 Nil Nil)) == 21
depthBinTree1 (Node 17 Nil (Node 4 Nil Nil)) == 2
depthBinTree1 Nil == 0
```

Rekursive Typen (6)

Beispiele ...für Funktionen über Binärbaumvariante 2.

```
valBinTree2 :: BinTree2 -> Int
valBinTree2 (Leaf n) = n
valBinTree2 (Node n bt1 bt2) = n + valBinTree2 bt1 + valBinTree2 bt2
```

```
depthBinTree2 :: BinTree2 -> Int
depthBinTree2 (Leaf _) = 1
depthBinTree2 (Node _ bt1 bt2)
  = 1 + max (depthBinTree2 bt1) (depthBinTree2 bt2)
```

Mit diesen Definitionen...

```
valBinTree2 (Leaf 3) == 3
valBinTree2 (Node 17 (Leaf 4) (Node 4 (Leaf 12) (Leaf 5))) == 42
depthBinTree2 (Node 17 (Leaf 4) (Node 4 (Leaf 12) (Leaf 5))) == 3
depthBinTree2 (Leaf 3) == 1
```

Wechselweise rekursive Typen

...ein Spezialfall rekursiver Typen.

Beispiel:

```
data Individual = Adult Name Address Biography |
                Child Name
```

```
data Biography = Parent String [Individual] |
                NonParent String
```

Typsynonyme (1)

...hatten wir bereits kennengelernt bei der Einführung von Tupeltypen:

```
type Student = (String, String, Int)
type Buch = (String, String, Int, Bool)
```

...und auch in den Beispielen zu algebraischen Datentypen benutzt:

```
data Verkehrsmittel = Fahrrad Tandem |
                    Auto Hersteller Hubraum |
                    Schiff Name Tiefgang Heimathafen |
                    Flugzeug Spannweite Sitzplaetze

type Tandem          = Bool
type Hersteller      = String
type Hubraum         = Float
type Name            = String
type Tiefgang        = Float
type Heimathafen     = String
type Reichweite     = Float
type Sitzplaetze     = Int
```

Typsynonyme (2)

- Das Schlüsselwort `type` leitet die Deklaration von Typsynonymen ein
- Unbedingt zu beachten ist...
 - `type` ...führt neue Namen für bereits existierende Typen ein (Typsynonyme!), keine neuen Typen.

Somit gilt:

Durch `type`-Deklarationen eingeführte Typsynonyme...

- tragen zur Dokumentation bei und
- erleichtern (i.a.) das Programmverständnis

aber...

- führen nicht zu (zusätzlicher) Typsicherheit!

Ein (pathologisches) Beispiel

```
type Euro          = Float
type Yen           = Float
type Temperature   = Float

myPi    :: Float
daumen  :: Float
maxTemp :: Temperature
myPi    = 3.14
daumen  = 5.55
maxTemp = 43.2

currencyConverter :: Euro -> Yen
currencyConverter x = x + myPi * daumen
```

Mit obigen Deklarationen...

```
currencyConverter maxTemp => 60.627
```

...werden 43.2 °C in 60.627 Yen umgerechnet. Typsicher?

Ein reales Beispiel

Anflugsteuerung einer Sonde zum Mars...

```
type Geschwindigkeit = Float
type Meilen           = Float
type Km               = Float
type Zeit             = Float
type Wegstrecke       = Meilen
type Distanz          = Km
```

```
geschwindigkeit :: Wegstrecke -> Zeit -> Geschwindigkeit
geschwindigkeit w z = (/) w z
```

```
verbleibendeFlugzeit :: Distanz -> Geschwindigkeit -> Zeit
verbleibendeFlugzeit d g = (/) d g
```

```
verbleibendeFlugzeit 18524.34 1523.79
```

...durch Typisierungsprobleme dieser Art ging vor einigen Jahren eine Marssonde im Wert von mehreren 100 Mill. USD verloren.

Produkttypen vs. Tupeltypen (1)

Der Typ `Person` als...

- *Produkttyp*

```
data Person = Pers Name Geschlecht Alter
```

- *Tupeltyp*

```
type Person = (Name, Geschlecht, Alter)
```

Vordergründiger Unterschied:

...in der Tupeltypvariante fehlt der Konstruktor
(in diesem Bsp.: `Pers`)

Produkttypen vs. Tupeltypen (2)

...eine Abwägung von Vor- und Nachteilen.

Produkttypen und ihre typischen...

- *Vorteile gegenüber Tupeltypen*

- Objekte des Typs sind mit dem Konstruktor "markiert" (trägt zur Dokumentation bei)
- Tupel mit zufällig passenden Komponenten nicht irrtümlich als Elemente des Produkttyps manipulierbar (Typsicherheit! Vgl. früheres Beispiel zur Umrechnung Euro in Yen!)
- Aussagekräftigere (Typ-) Fehlermeldungen (Typsynonyme können wg. Expansion in Fehlermeldungen fehlen).

- *Nachteile gegenüber Tupeltypen*

- Produkttypenelemente sind weniger kompakt, erfordern längere Definitionen (mehr Schreibarbeit)
- Auf Tupeln vordefinierte polymorphe Funktionen (z.B. `fst`, `snd`, `zip`, `unzip`, ...) stehen nicht zur Verfügung.
- Der Code ist weniger effizient.

Andererseits...

Mit Produkttypen statt Typsynonymen...

```
data Euro      = EUR Float
data Yen       = YEN Float
data Temperature = Temp Float
```

```
myPi    :: Float
daumen  :: Float
maxTemp :: Temperature
myPi    = 3.14
daumen  = 5.55
maxTemp = Temp 43.2
```

...wäre eine Funktionsdefinition im Stile von

```
currencyConverter :: Euro -> Yen
currencyConverter x = x + myPi * daumen
```

insbesondere auch ein Aufruf wie...

```
currencyConverter maxTemp
```

durch das Typsystem von Haskell verhindert!

Somit als kurzes Fazit... (1)

...unserer Überlegungen:

- *Typsynonyme* wie...

```
type Euro      = Float
type Yen       = Float
type Temperature = Float
```

...erben alle Operationen von `Float` und sind damit beliebig austauschbar – mit allen Annehmlichkeiten und Gefahren, sprich Fehlerquellen.

- *Produkttypen* wie...

```
data Euro      = EUR Float
data Yen       = YEN Float
data Temperature = Temp Float
```

...erben keinerlei Operationen von `Float`, bieten dafür aber um den Preis zusätzlicher Schreibarbeit und gewissen Performanzverlusts Typsicherheit!

Somit als kurzes Fazit... (2)

In ähnlicher Weise...

```
data Miles      = Mi Float
data Km         = Km Float
type Distance   = Miles
type Wegstrecke = Km
```

...

...wäre auch der Verlust der Marssonde vermutlich vermeidbar gewesen.

Spezialitäten

...die `newtype`-Deklaration:

```
newtype Miles = Mi Float
```

`newtype`-Deklarationen sind im Hinblick auf...

- Typsicherheit
...mit `data`-Deklarationen vergleichbar
- Effizienz
...mit `type`-Deklarationen vergleichbar

Beachte: `newtype`-Deklarationen sind auf Typen mit nur einem Konstruktor eingeschränkt.

Polymorphe Typen

...demnächst!

Vorschau auf die kommenden Aufgabenblätter...

Ausgabe des...

- vierten Aufgabenblatts: Di, 30.10.2007
...Abgabetermine: Di, den 06.11.2007, und Di, den 13.11.2007, jeweils 15:00 Uhr
- fünften Aufgabenblatts: Di, den 06.11.2007
...Abgabetermine: Di, den 13.11.2007, und Di, den 20.11.2007, jeweils 15:00 Uhr
- sechsten Aufgabenblatts: Di, den 13.11.2007
...Abgabetermine: Di, den 20.11.2007, und Di, den 27.11.2007, jeweils 15:00 Uhr

Vorschau auf die nächsten Vorlesungstermine...

- *Do, 01.11.2006: Keine Vorlesung! (Allerheiligen)*
- *Do, 08.11.2007, Vorlesung von 16:30 Uhr bis 18:00 Uhr im Radinger-Hörsaal*
- *Do, 15.11.2007: Keine Vorlesung! (Tag des Landespatrons, TU-weit LVA-frei)*
- *Di, 20.11.2007, Vorlesung von 13:00 Uhr bis 14:00 Uhr im Informatik-Hörsaal*
- *Do, 22.11.2007: Keine Vorlesung! (epilog, Diplomarbeitpräsentation, FfI-weit LVA-frei ab 15:00 Uhr)*
- *Di, 27.11.2007, Vorlesung von 13:00 Uhr bis 14:00 Uhr im Informatik-Hörsaal*
- *Do, 29.11.2007, Vorlesung von 16:30 Uhr bis 18:00 Uhr im Radinger-Hörsaal*