

---

# Heutiges Thema...

Datenstrukturen in Haskell...

- Algebraische Datentypen (`data Tree = ...`)
- Typsynonyme (`type Student = ...`)
- Spezialitäten (`newtype State = ...`)

---

# Datentypdeklarationen in Haskell

...selbstdefinierte (neue) Datentypen in Haskell!

↪ Haskell's Vehikel dafür: *Algebraische Typen*

*Algebraische Typen* erlauben uns zu definieren...

- Summentypen
  - *Spezialfälle*
    - \* Produkttypen
    - \* Aufzählungstypen

In der Praxis besonders wichtige Varianten...

- Rekursive Typen (↪ “unendliche” Datenstrukturen)
- Polymorphe Typen (↪ Wiederverwendung): *Später!*

---

# Grundlegende Typmuster

*Aufzählungs-, Produkt- und Summentypen:*

- *Aufzählungstypen*
  - ↪ Typen mit endlich vielen Werten
  - ...typisches Beispiel: Typ Jahreszeiten mit Werten  
Fruehling, Sommer, Herbst und Winter.
- *Produkttypen (synonym: Verbundtypen)*
  - ↪ Typen mit möglicherweise unendlich vielen Tupelwerten
  - ...typisches Beispiel: Typ Person mit Werten  
(Adam, maennlich, 27), (Eva, weiblich, 25), etc.
- *Summentypen (synonym: Vereinigungstypen)*
  - ↪ Vereinigung von Typen mit möglicherweise jeweils unendlich vielen Werten
  - ...typisches Beispiel: Typ Verkehrsmittel als Vereinigung der  
(Werte der) Typen Auto, Schiff, Flugzeug, etc.

---

# Zum Einstieg und Vergleich... (1)

Realisierung von Typdefinitionen in imperativen Sprachen

...hier am Bsp. von Pascal

- *Aufzählungstypen*

```
TYPE jahreszeiten = (fruehling, sommer, herbst, winter);
   spielkartenfarben = (kreuz, pik, herz, karo);
   werktage = (montag, dienstag, mittwoch,
              donnerstag, freitag);
   transportmittel = (fahrrad, auto, schiff, flugzeug);
   form = (kreis, rechteck, quadrat, dreieck);
```

- *Produkttypen*

```
TYPE person = RECORD
    name: ARRAY [1..42] OF char;
    geschlecht: (maennlich, weiblich);
    alter: integer
END;
```

---

# Zum Einstieg und Vergleich... (2)

- *Summentypen*

```
TYPE verkehrsmittel =
  RECORD
    CASE vkm: transportmittel OF
      fahrrad: (tandem: Boolean);
      auto: (hersteller: ARRAY [1..30] OF char;
            hubraum: real);
      schiff: (name: ARRAY [1..30] OF char;
              tiefgang: real;
              heimathafen: ARRAY [1..50] OF char);
      flugzeug: (reichweite: real;
                sitzplaetze: integer)
    END;

geometrischefigur =
  RECORD
    CASE fgr: form OF
      kreis: (radius: real);
      rechteck : (breite, hoehe: real);
      quadrat : (seitenlaenge, diagonale: real);
      dreieck: (s1, s2, s3: real; rechtwkg: boolean);
    END;
```

---

## Zum Einstieg und Vergleich... (3)

Aufzählungstypen, Produkttypen, Summentypen...

- In Pascal ...drei verschiedene Sprachkonstrukte
- In Haskell ...ein *einheitliches* Sprachkonstrukt  
~> die *algebraische Datentypdefinition*

---

# Zum Einstieg und Vergleich... (4)

Obige Einstiegsdatentypbeispiele in Haskell...

- Aufzählungstyp Jahreszeiten

```
data Jahreszeiten = Fruehling | Sommer | Herbst | Winter
data Werktage    = Montag | Dienstag | Mittwoch | Donnerstag | Freitag
data Bool        = True | False
```

- Produkttyp Person

```
data Person = Pers Name Geschlecht Alter
```

mit

```
type Name = String
type Alter = Int
data Geschlecht = Maennlich | Weiblich
```

---

## Zum Einstieg und Vergleich... (5)

- Summentyp Verkehrsmittel

```
data Verkehrsmittel = Fahrrad Bool |  
                        Auto String Float |  
                        Schiff String Float String |  
                        Flugzeug Float Int
```

In obiger Form offenbar wenig transparent im Vergleich zu:

```
TYPE verkehrsmittel =  
  RECORD  
    CASE vkm: transportmittel OF  
      fahrrad: (tandem: Boolean);  
      auto: (hersteller: ARRAY [1..30] OF char;  
            hubraum: real);  
      schiff: (name: ARRAY [1..30] OF char;  
              tiefgang: real;  
              heimathafen: ARRAY [1..50] OF char);  
      flugzeug: (reichweite: real;  
                sitzplaetze: integer)  
    END;
```

---

## Zum Einstieg und Vergleich... (5)

- Summentyp Verkehrsmittel

```
data Verkehrsmittel = Fahrrad Tandem |  
                    Auto Hersteller Hubraum |  
                    Schiff Name Tiefgang Heimathafen |  
                    Flugzeug Spannweite Sitzplaetze
```

mit

```
type Tandem        = Bool  
type Hersteller    = String  
type Hubraum       = Float  
type Name          = String  
type Tiefgang      = Float  
type Heimathafen   = String  
type Reichweite    = Float  
type Sitzplaetze   = Int
```

*Man erkennt:* Typsynonyme bringen *Transparenz* ins Programm!

---

# Algebraische Datentypen in Haskell

...das allg. Muster der algebraischen Datentypdefinition:

```
data Typename
  = Con1 t11 ... t1k1 |
    Con2 t21 ... t2k2 |
    ...
    Conn tn1 ... tnkn
```

*Sprechweisen:*

- Typename ... *Typname/-identifikator*
- $\text{Con}_i$ ,  $i = 1..n$  ... *Konstruktor(en)/-identifikatoren*
- $k_i$ ,  $i = 1..n$  ... *Stelligkeit* des Konstruktors  $\text{Con}_i$ ,  $k_i \geq 0$ ,  
 $i = 1, \dots, n$

*Beachte:* Typ- und Konstruktoridentifikatoren müssen mit einem Großbuchstaben beginnen (siehe z.B. True, False)!

---

# Konstruktoren...

...können als Funktionsdefinitionen gelesen werden:

$$\text{Con}_i :: t_{i1} \rightarrow \dots \rightarrow t_{ik_i} \rightarrow \text{Typname}$$

Konstruktion von Werten eines algebraischen Datentyps durch...

...Anwendung eines Konstruktors auf Werte "passenden" Typs, d.h....

$$\text{Con}_i v_{i1} \dots v_{ik_i} :: \text{Typname}$$

wobei  $v_{ij} :: t_{ij}, j = 1, \dots, k_i$

*Beispiele:*

- `Pers "Adam" Maennlich 27 :: Person`
- `Schiff "Donaukönigin" 2.74 "Wien" :: Verkehrsmittel`
- `Flugzeug 8540.75 275 :: Verkehrsmittel`

---

# Aufzählungstypen (1)

Nullstellige Konstruktoren führen auf *Aufzählungstypen*...

*Beispiele:*

```
data Spielfarbe = Kreuz | Pik | Herz | Karo
data Wochenende = Sonnabend | Sonntag
data Geschlecht = Maennlich | Weiblich
data Form       = Kreis | Rechteck | Quadrat | Dreieck
```

Insbesondere ist der Typ der Wahrheitswerte...

```
data Bool = True | False
```

...Beispiel eines in Haskell vordefinierten Aufzählungstyps.

---

## Aufzählungstypen (2)

Funktionsdefinitionen über Aufzählungstypen...

~> üblicherweise mit Hilfe von Pattern-matching.

*Beispiele:*

```
hatEcken :: Form -> Bool
```

```
hatEcken Kreis = False
```

```
hatEcken _     = True
```

```
istLandgebunden :: Verkehrsmittel -> Bool
```

```
istLandgebunden Fahrrad = True
```

```
istLandgebunden Auto     = True
```

```
istLandgebunden _       = False
```

---

# Produkttypen

(Alternativenlose) mehrstellige Konstruktoren führen auf *Produkttypen*...

*Beispiel:*

```
type Name      = String
type Alter     = Int
data Geschlecht = Maennlich | Weiblich

data Person = Pers Name Geschlecht Alter
```

*Beispiele:* ...für Werte des Typs Person.

```
Pers "Paul Pfiffig" Maennlich 23  :: Person
Pers "Paula Plietsch" Weiblich 22 :: Person
```

*Beachte:* Funktionalität der Konstruktorfunktion ist hier...

```
Pers :: Name -> Geschlecht -> Alter -> Person
```

---

# Summentypen (1)

Mehrere (null- oder mehrstellige) Konstruktoren führen auf Summentypen...

*Beispiel:*

```
type Radius          = Float
type Breite          = Float
type Hoehe           = Float
type Seite1          = Float
type Seite2          = Float
type Seite3          = Float
type Rechtwinklig    = Bool
```

```
data XFigur = Kreis Radius |
             Rechteck Breite Hoehe |
             Quadrat Kantenlaenge |
             Dreieck Seite1 Seite2 Seite3 Rechtwinklig |
             Ebene
```

Die Varianten einer Summe werden durch “|” getrennt.

---

## Summentypen (2)

*Beispiele:* ...für Werte des Typs erweiterte Figur XFigur

```
Kreis 3.14                :: XFigur
Rechteck 17.0 4.0         :: XFigur
Quadrat 47.11             :: XFigur
Dreieck 3.0 4.0 5.0 True :: XFigur
Ebene                    :: XFigur
```

---

# Zwischenfazit

Somit ergibt sich die eingangs genannte Taxonomie algebraischer Datentypen...

Haskell offeriert...

- Summentypen

mit den beiden *Spezialfällen*

- Produkttypen
  - ↷ nur ein Konstruktor, mehrstellig
- Aufzählungstypen
  - ↷ ein oder mehrere Konstruktoren, alle nullstellig

---

# Rekursive Typen (1)

...der Schlüssel zu (potentiell) unendlichen Datenstrukturen.

*Technisch:*

...zu definierende Typnamen können rechtsseitig in der Definition benutzt werden.

*Beispiel:* ...(arithmetische) Ausdrücke

```
data Expr = Opd Int |  
           Add Expr Expr |  
           Sub Expr Expr |  
           Squ Expr
```

---

## Rekursive Typen (2)

*Beispiele* ...für Ausdrücke (lies --> als “entspricht”).

```
Opd 42 :: Expr                --> 42
Add (Opd 17) (Opd 4) :: Expr  --> 17+4
Add (Squ (Sub (Opd 42) (Squ (2)))) (Opd 12) :: Expr
                                     --> square(42-square(2))+12
```

...rekursive Typen ermöglichen potentiell unendliche Datenstrukturen!

---

## Rekursive Typen (3)

*Weiteres Beispiel:*

Binärbäume, hier zwei verschiedene Varianten:

```
data BinTree1 = Nil | Node Int BinTree1 BinTree1
```

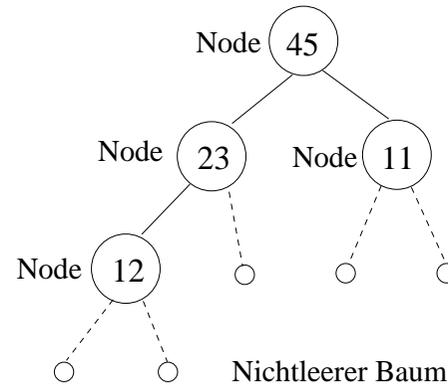
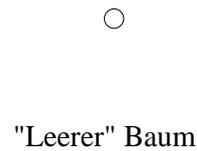
```
data BinTree2 = Leaf Int | Node Int BinTree2 BinTree2
```

---

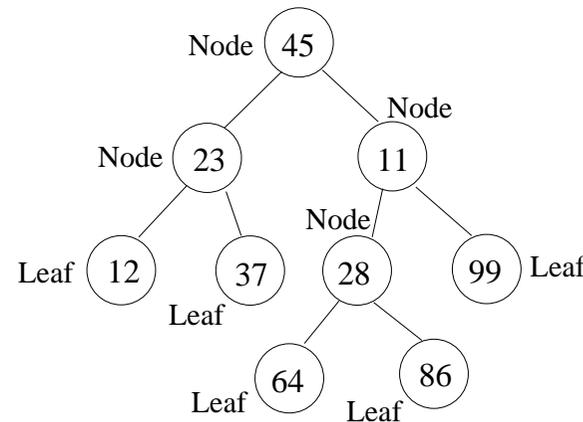
# Rekursive Typen (4)

Veranschaulichung der Binärbaumvarianten 1&2 anhand eines Beispiels:

Variante 1



Variante 2



---

# Rekursive Typen (5)

*Beispiele* ...für Funktionen über Binärbaumvariante 1.

```
valBinTree1 :: BinTree1 -> Int
valBinTree1 Nil = 0
valBinTree1 (Node n bt1 bt2) = n + valBinTree1 bt1 + valBinTree1 bt2
```

```
depthBinTree1 :: BinTree1 -> Int
depthBinTree1 Nil = 0
depthBinTree1 (Node _ bt1 bt2)
    = 1 + max (depthBinTree1 bt1) (depthBinTree1 bt2)
```

Mit diesen Definitionen...

```
valBinTree1 Nil == 0
valBinTree1 (Node 17 Nil (Node 4 Nil Nil)) == 21
depthBinTree1 (Node 17 Nil (Node 4 Nil Nil)) == 2
depthBinTree1 Nil == 0
```

---

# Rekursive Typen (6)

*Beispiele* ...für Funktionen über Binärbaumvariante 2.

```
valBinTree2 :: BinTree2 -> Int
valBinTree2 (Leaf n)           = n
valBinTree2 (Node n bt1 bt2) = n + valBinTree2 bt1 + valBinTree2 bt2

depthBinTree2 :: BinTree2 -> Int
depthBinTree2 (Leaf _) = 1
depthBinTree2 (Node _ bt1 bt2)
    = 1 + max (depthBinTree2 bt1) (depthBinTree2 bt2)
```

Mit diesen Definitionen...

```
valBinTree2 (Leaf 3) == 3
valBinTree2 (Node 17 (Leaf 4) (Node 4 (Leaf 12) (Leaf 5))) == 42
depthBinTree2 (Node 17 (Leaf 4) (Node 4 (Leaf 12) (Leaf 5))) == 3
depthBinTree2 (Leaf 3) == 1
```

---

# Wechselweise rekursive Typen

...ein Spezialfall rekursiver Typen.

*Beispiel:*

```
data Individual = Adult Name Address Biography |  
                Child Name
```

```
data Biography = Parent String [Individual] |  
                NonParent String
```

---

# Typsynonyme (1)

...hatten wir bereits kennengelernt bei der Einführung von Tupeltypen:

```
type Student = (String, String, Int)
type Buch = (String, String, Int, Bool)
```

...und auch in den Beispielen zu algebraischen Datentypen benutzt:

```
data Verkehrsmittel = Fahrrad Tandem |
                    Auto Hersteller Hubraum |
                    Schiff Name Tiefgang Heimathafen |
                    Flugzeug Spannweite Sitzplaetze
```

```
type Tandem          = Bool
type Hersteller      = String
type Hubraum         = Float
type Name            = String
type Tiefgang        = Float
type Heimathafen     = String
type Reichweite      = Float
type Sitzplaetze     = Int
```

---

## Typsynonyme (2)

- Das Schlüsselwort `type` leitet die Deklaration von Typsynonymen ein
- Unbedingt zu beachten ist...
  - `type ...` führt neue Namen für bereits existierende Typen ein (Typsynonyme!), keine neuen Typen.

*Somit gilt:*

Durch `type`-Deklarationen eingeführte Typsynonyme...

- tragen zur Dokumentation bei und
- erleichtern (i.a.) das Programmverständnis

aber...

- führen nicht zu (zusätzlicher) Typsicherheit!
-

---

# Ein (pathologisches) Beispiel

```
type Euro      = Float
type Yen       = Float
type Temperature = Float
```

```
myPi    :: Float
daumen  :: Float
maxTemp :: Temperature
myPi    = 3.14
daumen  = 5.55
maxTemp = 43.2
```

```
currencyConverter :: Euro -> Yen
currencyConverter x = x + myPi * daumen
```

Mit obigen Deklarationen...

```
currencyConverter maxTemp => 60.627
```

...werden 43.2 °C in 60.627 Yen umgerechnet. Typsicher?

---

# Ein reales Beispiel

Anflugsteuerung einer Sonde zum Mars...

```
type Geschwindigkeit = Float
type Meilen           = Float
type Km               = Float
type Zeit             = Float
type Wegstrecke       = Meilen
type Distanz          = Km
```

```
geschwindigkeit :: Wegstrecke -> Zeit -> Geschwindigkeit
geschwindigkeit w z = (/) w z
```

```
verbleibendeFlugzeit :: Distanz -> Geschwindigkeit -> Zeit
verbleibendeFlugzeit d g = (/) d g
```

```
verbleibendeFlugzeit 18524.34 1523.79
```

...durch Typisierungsprobleme dieser Art ging vor einigen Jahren eine Marssonde im Wert von mehreren 100 Mill. USD verloren.

---

# Produkttypen vs. Tupeltypen (1)

Der Typ Person als...

- *Produkttyp*

```
data Person = Pers Name Geschlecht Alter
```

- *Tupeltyp*

```
type Person = (Name, Geschlecht, Alter)
```

*Vordergründiger Unterschied:*

...in der Tupeltypvariante fehlt der Konstruktor  
(in diesem Bsp.: Pers)

---

# Produkttypen vs. Tupeltypen (2)

...eine Abwägung von Vor- und Nachteilen.

*Produkttypen* und ihre typischen...

- *Vorteile gegenüber Tupeltypen*
  - Objekte des Typs sind mit dem Konstruktor “markiert” (trägt zur Dokumentation bei)
  - Tupel mit zufällig passenden Komponenten nicht irrtümlich als Elemente des Produkttyps manipulierbar (Typsicherheit! Vgl. früheres Beispiel zur Umrechnung Euro in Yen!)
  - Aussagekräftigere (Typ-) Fehlermeldungen (Typsynonyme können wg. Expansion in Fehlermeldungen fehlen).
- *Nachteile gegenüber Tupeltypen*
  - Produkttypenelemente sind weniger kompakt, erfordern längere Definitionen (mehr Schreiarbeit)
  - Auf Tupeln vordefinierte polymorphe Funktionen (z.B. `fst`, `snd`, `zip`, `unzip`, ...) stehen nicht zur Verfügung.
  - Der Code ist weniger effizient.

---

# Andererseits...

Mit Produkttypen statt Typsynonymen...

```
data Euro      = EUR Float
data Yen       = YEN Float
data Temperature = Temp Float
```

```
myPi    :: Float
daumen  :: Float
maxTemp :: Temperature
myPi    = 3.14
daumen  = 5.55
maxTemp = Temp 43.2
```

...wäre eine Funktionsdefinition im Stile von

```
currencyConverter :: Euro -> Yen
currencyConverter x = x + myPi * daumen
```

insbesondere auch ein Aufruf wie...

```
currencyConverter maxTemp
```

durch das Typsystem von Haskell verhindert!

---

# Somit als kurzes Fazit... (1)

...unserer Überlegungen:

- *Typsynonyme* wie...

```
type Euro      = Float
type Yen       = Float
type Temperature = Float
```

...erben alle Operationen von `Float` und sind damit beliebig austauschbar – mit allen Annehmlichkeiten und Gefahren, sprich Fehlerquellen.

- *Produkttypen* wie...

```
data Euro      = EUR Float
data Yen       = YEN Float
data Temperature = Temp Float
```

...erben keinerlei Operationen von `Float`, bieten dafür aber um den Preis zusätzlicher Schreibarbeit und gewissen Performanzverlusts Typsicherheit!

---

## Somit als kurzes Fazit... (2)

In ähnlicher Weise...

```
data Miles      = Mi Float
data Km         = Km Float
type Distance   = Miles
type Wegstrecke = Km
```

...

...wäre auch der Verlust der Marssonde vermutlich vermeidbar gewesen.

---

# Spezialitäten

...die `newtype`-Deklaration:

```
newtype Miles = Mi Float
```

`newtype`-Deklarationen sind im Hinblick auf...

- Typsicherheit  
...mit `data`-Deklarationen vergleichbar
- Effizienz  
...mit `type`-Deklarationen vergleichbar

*Beachte:* `newtype`-Deklarationen sind auf Typen mit nur einem Konstruktor eingeschränkt.

---

# Polymorphe Typen

...demnächst!

---

# Vorschau auf die kommenden Aufgabenblätter...

Ausgabe des...

- vierten Aufgabenblatts: Di, 30.10.2007  
...Abgabetermine: Di, den 06.11.2007, und Di, den 13.11.2007, jeweils 15:00 Uhr
- fünften Aufgabenblatts: Di, den 06.11.2007  
...Abgabetermine: Di, den 13.11.2007, und Di, den 20.11.2007, jeweils 15:00 Uhr
- sechsten Aufgabenblatts: Di, den 13.11.2007  
...Abgabetermine: Di, den 20.11.2007, und Di, den 27.11.2007, jeweils 15:00 Uhr

---

## Vorschau auf die nächsten Vorlesungstermine...

- *Do, 01.11.2006: Keine Vorlesung! (Allerheiligen)*
- Do, 08.11.2007, Vorlesung von 16:30 Uhr bis 18:00 Uhr im Radinger-Hörsaal
- *Do, 15.11.2007: Keine Vorlesung! (Tag des Landespatrons, TU-weit LVA-frei)*
- Di, 20.11.2007, Vorlesung von 13:00 Uhr bis 14:00 Uhr im Informatik-Hörsaal
- *Do, 22.11.2007: Keine Vorlesung! (epilog, Diplomarbeitspräsentation, FfI-weit LVA-frei ab 15:00 Uhr)*
- Di, 27.11.2007, Vorlesung von 13:00 Uhr bis 14:00 Uhr im Informatik-Hörsaal
- Do, 29.11.2007, Vorlesung von 16:30 Uhr bis 18:00 Uhr im Radinger-Hörsaal