

Aufgabe 1 : (5+5 Punkte)

Beweisen Sie folgendes Lemma aus der Vorlesung zur Konstruktion wohlfundierter Ordnungen:

Sind $(W_1, <_1)$ und $(W_2, <_2)$ zwei wohlfundierte Ordnungen, dann sind auch

- $(W_1 \times W_2, <_{com})$ mit *komponentenweiser* Ordnung definiert durch

$$(m_1, m_2) <_{com} (n_1, n_2) \text{ gdw. } m_1 <_1 n_1 \wedge m_2 <_2 n_2$$

- $(W_1 \times W_2, <_{lex})$ mit *lexikographischer* Ordnung def. durch

$$(m_1, m_2) <_{lex} (n_1, n_2) \text{ gdw.}$$

$$(m_1 <_1 n_1) \vee (m_1 = n_1 \wedge m_2 <_2 n_2)$$

wohlfundierte Ordnungen.

Aufgabe 2 : (5 Punkte)

Durch Streichen der Regeln $[\text{abort}]_{sos}$ und $[\text{abort}]_{ns}$ in den Regelmengen der SO- und N-Semantik erhalten wir die reduzierten Regelsätze SOS_{red} und NS_{red} . Die Anweisung `abort` bleibe aber weiterhin ein Konstrukt der Sprache WHILE.

Untersuchen Sie, wie sich in den von SOS_{red} und NS_{red} induzierten Semantiken Divergenz und irreguläre Terminierung ausdrücken. Begründen Sie Ihre Antworten jeweils.

Aufgabe 3 : (10 Punkte)

Beweisen Sie, dass das WHILE-Programm zur Berechnung der Produkts von Aufgabenblatt 2 bezüglich der Vorbedingung $x = n \wedge y = m \wedge n > 1$ und der Nachbedingung $y = n * m$ sogar total korrekt ist, d.h. beweisen Sie die Gültigkeit der Hoareschen Zusicherung

$$[x = n \wedge y = m \wedge n > 1] \text{ while } x \neq 1 \text{ do } y := y + m; x := x - 1 \text{ od } [y = n * m]$$