
Arbeitsplan

In der Folge werden wir definieren...

- Die Menge der *lebenszeitoptimalen* PRE-Transformationen
- Die LCM-Transformation als eindeutig bestimmte einzige lebenszeitoptimale PRE-Transformation

Zur Formalisierung

...ist der Begriff des *Lebenszeitbereichs* zentral.

Sei $CM \in \mathcal{CM}$.

- *Lebenszeitbereich*

$$LtRg(CM) =_{df}$$

$$\{p \mid Insert_{CM}(p_1) \wedge Repl_{CM}(p_{\lambda_p}) \wedge \neg Insert_{CM}^{\exists}(p]1, \lambda_p])\}$$

- *Erstbenutzungslebenszeitbereich*

$$FU-LtRg(CM) =_{df}$$

$$\{p \in LtRg(CM) \mid \forall q \in LtRg(CM). (q \sqsubseteq p) \Rightarrow (q = p)\}$$

Erste Aussagen

Erstbenutzungslebenszeitbereichslemma

Sei $CM \in \mathcal{CM}$, $p \in \mathbf{P}[s, e]$ und seien i_1, i_2, j_1, j_2 Indizes so dass $p[i_1, j_1] \in FU-LtRg(CM)$ und $p[i_2, j_2] \in FU-LtRg(CM)$.

Dann gilt:

- entweder stimmen $p[i_1, j_1]$ und $p[i_2, j_2]$ überein, d.h. $i_1 = i_2$ und $j_1 = j_2$, oder
- $p[i_1, j_1]$ und $p[i_2, j_2]$ sind disjunkt, d.h., $j_1 < i_2$ oder $j_2 < i_1$.

Lebenszeitbesser, lebenszeitoptimal

Eine CM-Transformation $CM \in \mathcal{CM}$ heißt *lebenszeitbesser* als eine CM-Transformation $CM' \in \mathcal{CM}$ gdw

$$\forall p \in LtRg(CM) \exists q \in LtRg(CM'). p \sqsubseteq q$$

Bemerkung: Die Relation “lebenszeitbesser” ist eine partielle Ordnung, d.h. eine reflexive, transitive und antisymmetrische Relation.

Lebenszeitoptimalität

Definition [Lebenszeitoptimale CM-Transformation]

Eine berechnungsoptimale CM-Transformation $CM \in \mathcal{CM}_{CmpOpt}$ heißt *lebenszeitoptimal* gdw CM ist lebenszeitbesser als jede andere berechnungsoptimale CM-Transformation.

Wir bezeichnen die Menge der lebenszeitoptimalen CM-Transformationen mit \mathcal{CM}_{LtOpt} .

Wdhg: Mengen und Relationen 1(2)

Sei M eine Menge und R eine Relation auf M , d.h. $R \subseteq M \times M$.

Dann heißt R ...

- *reflexiv* gdw. $\forall m \in M. m R m$
- *transitiv* gdw. $\forall m, n, p \in M. m R n \wedge n R p \Rightarrow m R p$
- *antisymmetrisch* gdw. $\forall m, n \in M. m R n \wedge n R m \Rightarrow m = n$

Wo wir dabei sind...

- *symmetrisch* gdw. $\forall m, n \in M. m R n \iff n R m$
- *total* gdw. $\forall m, n \in M. m R n \vee n R m$

Wdhg: Mengen und Relationen 2(2)

Eine Relation R auf M heißt

- *Quasiordnung* gdw. R ist reflexiv und transitiv
- *partielle Ordnung* gdw. R ist reflexiv, transitiv und antisymmetrisch

Zur Vollständigkeit sei noch ergänzt...

- *Äquivalenzrelation* gdw. R ist reflexiv, transitiv und symmetrisch

...eine partielle Ordnung ist also eine antisymmetrische Quasiordnung, eine Äquivalenzrelation eine symmetrische Quasiordnung.

Eindeutigkeit lebenszeitoptimaler PRE

Offensichtlich gilt:

$$\mathcal{CM}_{LtOpt} \subseteq \mathcal{CM}_{CmpOpt} \subseteq \mathcal{CM}_{Adm} \subset \mathcal{CM}$$

Es gilt sogar weitergehend:

Theorem [Eindeutigkeit lebenszeitoptimaler CM-Transformationen]

$$|\mathcal{CM}_{LtOpt}| \leq 1$$

Zur Entwicklung der LCM-Transformation

Zunächst folgende Beobachtung:

Lemma

$$\forall CM \in \mathcal{CM}_{CmpOpt} \quad \forall p \in LtRg(CM) \quad \exists q \in LtRg(BCM). \quad p \sqsubseteq q.$$

Intuitiv:

- Keine berechnungsoptimale CM-Transformation platziert die Berechnungen früher als die BCM-Transformation
- Die BCM-Transformation ist diejenige berechnungsoptimale CM-Transformation mit maximalem Registerdruck

Verzögerbarkeit

Definition [Verzögerbarkeit]

$\forall n \in N. \text{Delayed}(n) \iff_{df}$

$\forall p \in \mathbf{P}[s, n] \exists i \leq \lambda_p. \text{Earliest}(p_i) \wedge \neg \text{Comp}^\exists(p[i, \lambda_p[)$

Das Verzögerbarkeitslemma

Verzögerbarkeitslemma

1. $\forall n \in N. \text{Delayed}(n) \Rightarrow D\text{-Safe}(n)$
2. $\forall p \in \mathbf{P}[s, e] \forall i \leq \lambda_p. \text{Delayed}(p_i) \Rightarrow \exists j \leq i \leq l. p[j, l] \in \text{FU-LtRg}(BCM)$
3. $\forall CM \in \mathcal{CM}_{\text{CompOpt}} \forall n \in N. \text{Comp}_{CM}(n) \Rightarrow \text{Delayed}(n)$

Spätestheit

Definition [Spätestheit]

$$\forall n \in N. \textit{Latest}(n) =_{df} \textit{Delayed}(n) \wedge (\textit{Comp}(n) \vee \bigvee_{m \in \textit{succ}(n)} \neg \textit{Delayed}(m))$$

Das Spätetheitlemma

Spätetheitlemma

1. $\forall p \in LtRg(BCM) \exists i \leq \lambda_p. Latest(p_i)$

2. $\forall p \in LtRg(BCM) \forall i \leq \lambda_p. Latest(p_i) \Rightarrow$
 $\neg Delayed^{\exists}(p]i, \lambda_p]$

Die ALCM-Transformation

Die “Almost Lazy Code Motion” Transformation...

- $Insert_{ALCM}(n) =_{df} Latest(n)$
- $Repl_{ALCM}(n) =_{df} Comp(n)$

Fast lebenszeitoptimal

Definition [Fast lebenszeitoptimale CM-Transformation]

Eine berechnungsoptimale CM-Transformation $CM \in \mathcal{CM}_{CmpOpt}$ heißt *fast lebenszeitoptimal* gdw

$$\forall p \in LtRg(CM). \lambda_p \geq 2 \Rightarrow$$

$$\forall CM' \in \mathcal{CM}_{CmpOpt} \exists q \in LtRg(CM'). p \sqsubseteq q$$

Wir bezeichnen die Menge der fast lebenszeitoptimalen CM-Transformationen mit \mathcal{CM}_{ALtOpt} .

Das **ALCM**-Theorem

ALCM-Theorem

Die *ALCM*-Transformation ist fast lebenszeitoptimal, d.h.,
 $ALCM \in \mathcal{CM}_{ALtOpt}$.

Isolierte Berechnungen

Definition [*CM*-Isolation]

$\forall CM \in \mathcal{CM} \forall n \in \mathbb{N}. \text{Isolated}_{CM}(n) \iff_{df}$
 $\forall p \in \mathbf{P}[n, e] \forall 1 < i \leq \lambda_p. \text{Repl}_{CM}(p_i) \Rightarrow \text{Insert}_{CM}^{\exists}(p]1, i]$

Das Isolationslemma

Isolationslemma

1. $\forall CM \in \mathcal{CM} \forall n \in N. \text{Isolated}_{CM}(n) \iff$
 $\forall p \in \text{LtRg}(CM). \langle n \rangle \sqsubseteq p \Rightarrow \lambda_p = 1$
2. $\forall CM \in \mathcal{CM}_{\text{CmpOpt}} \forall n \in N. \text{Latest}(n) \Rightarrow$
 $(\text{Isolated}_{CM}(n) \iff \text{Isolated}_{BCM}(n))$

Die LCM-Transformation

- $Insert_{LCM}(n) =_{df} Latest(n) \wedge \neg Isolated_{BCM}(n)$
- $Repl_{LCM}(n) =_{df} Comp(n) \wedge \neg(Latest(n) \wedge Isolated_{BCM}(n))$

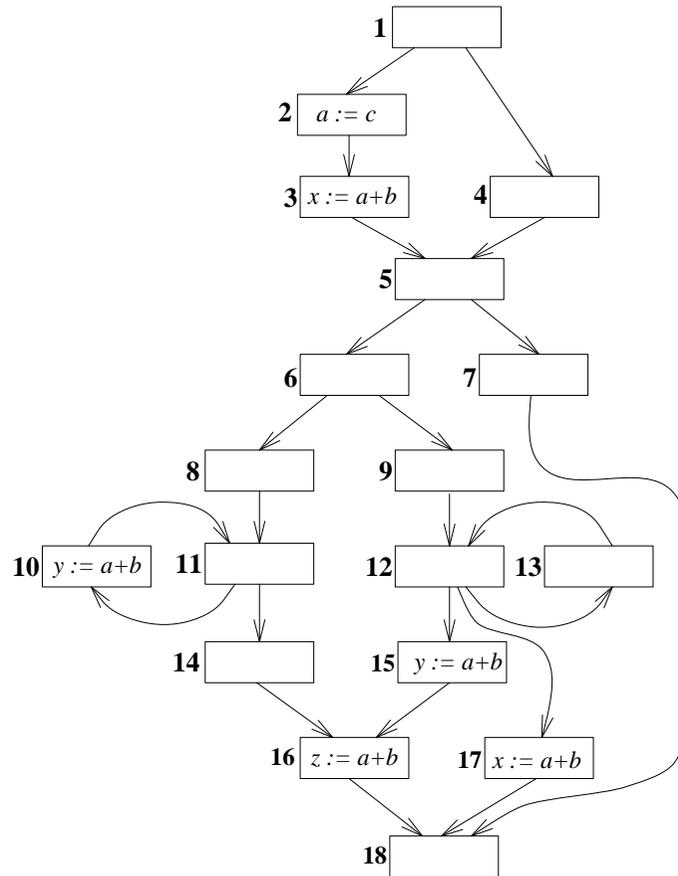
Das LCM-Theorem

LCM-Theorem

Die LCM -Transformation ist lebenszeitoptimal, d.h., $LCM \in \mathcal{CM}_{LtOpt}$.

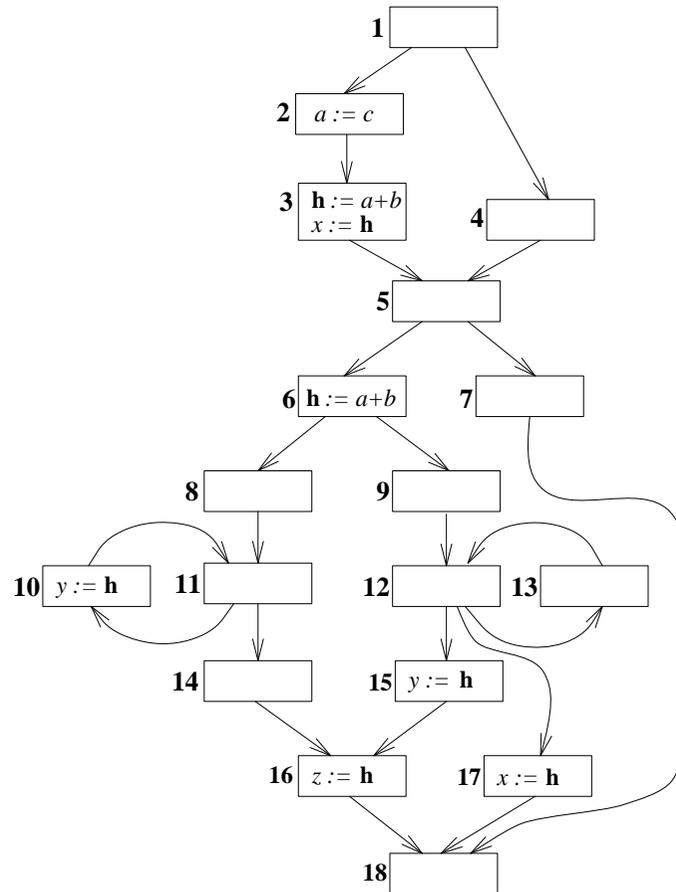
Ein größeres Beispiel zur Illustration (1)

Das Ausgangsprogramm...



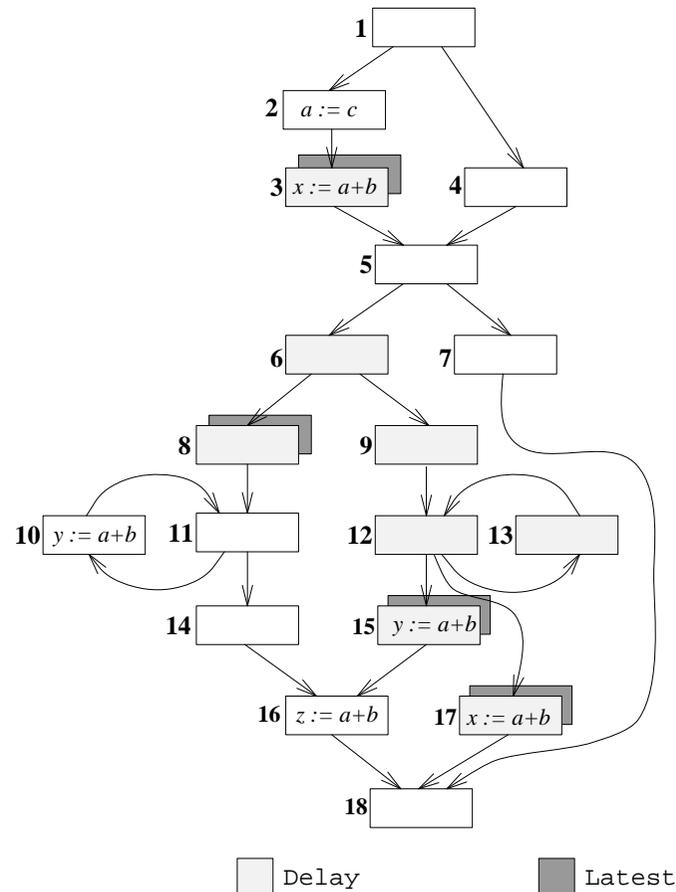
Ein größeres Beispiel zur Illustration (2)

Das Resultat der BCM-Transformation...



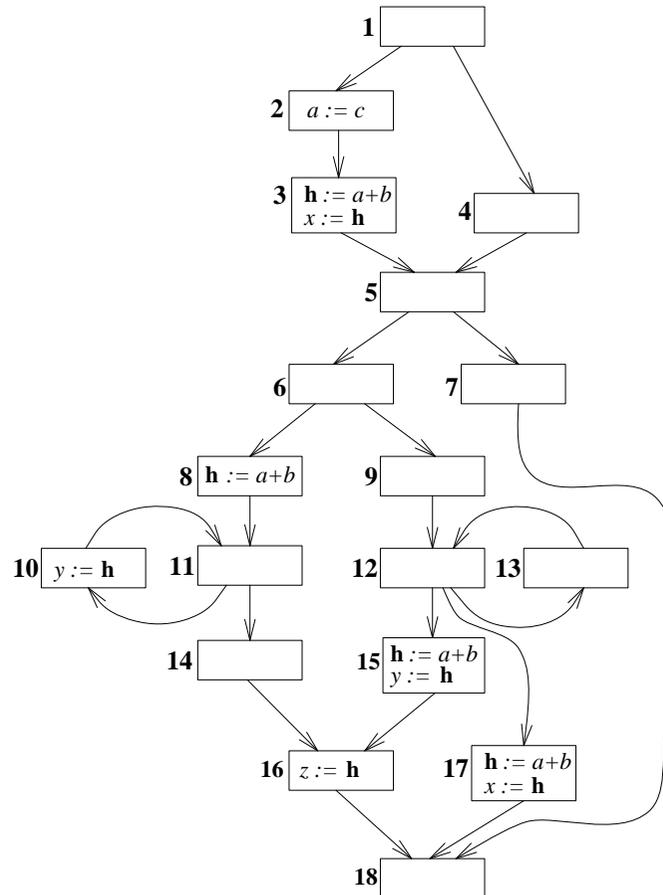
Ein größeres Beispiel zur Illustration (3)

Verzögerte und späteste Berechnungspunkte...



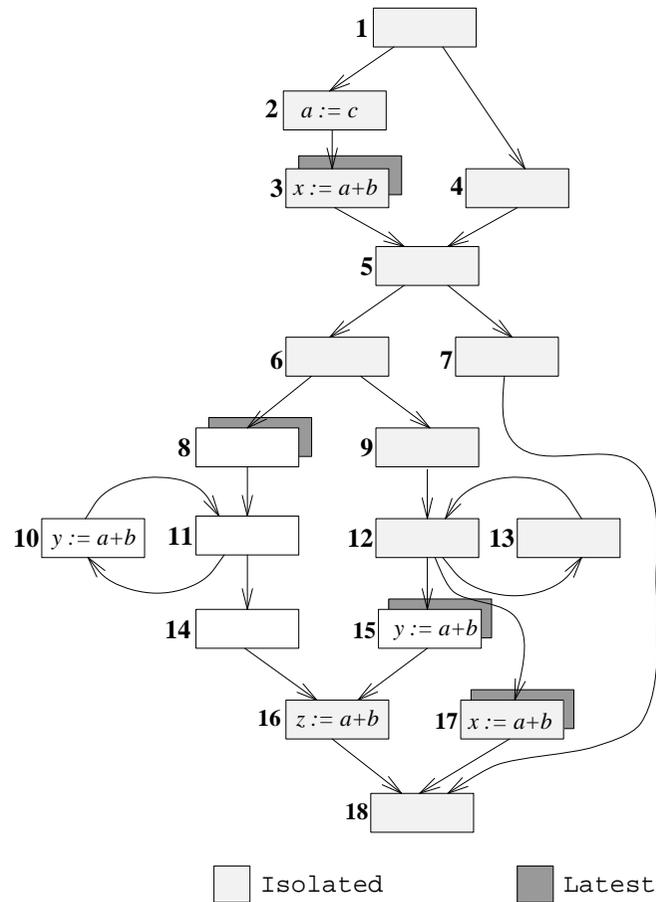
Ein größeres Beispiel zur Illustration (4)

Das Resultat der ALCM-Transformation...



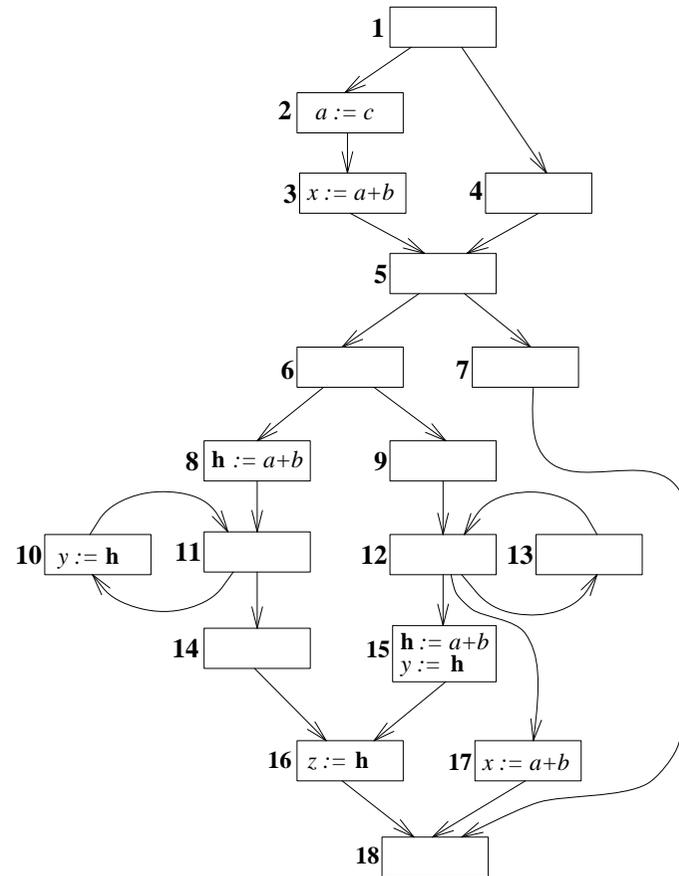
Ein größeres Beispiel zur Illustration (5)

Späteste und isolierte Berechnungspunkte...



Ein größeres Beispiel zur Illustration (6)

Das Resultat der LCM-Transformation...



Zur Implementierung der BCM-Transformation auf EA-Graphen

...auf Einzelanweisungsniveau, hier für knotenbenannte EA-Graphen.

Beachte: ...wir nehmen für das folgende an, dass nur kritische Kanten gespalten sind (deshalb N- und X-Einsetzungen).

Busy Code Motion (EA-1)

1. Die Analysen für Aufwärts- und Abwärts-sicherheit

Lokale Prädikate:

- $\text{COMP}_\iota(t)$: ι berechnet t .
- $\text{TRANSP}_\iota(t)$: ι modifiziert keinen Operanden von t .

Busy Code Motion (EA-2)

Das Gleichungssystem für Aufwärtssicherheit:

$$\text{N-USAFE}_\iota = \begin{cases} \text{false} & \text{falls } \iota = s \\ \prod_{\hat{\iota} \in \text{pred}(\iota)} \text{X-USAFE}_{\hat{\iota}} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{X-USAFE}_\iota = (\text{N-USAFE}_\iota + \mathbf{COMP}_\iota) \cdot \mathbf{TRANSP}_\iota$$

Busy Code Motion (EA-3)

Das Gleichungssystem für Abwärtssicherheit:

$$\text{N-DSAFE}_\iota = \mathbf{COMP}_\iota + \text{X-DSAFE}_\iota \cdot \mathbf{TRANSP}_\iota$$

$$\text{X-DSAFE}_\iota = \begin{cases} \textit{false} & \text{falls } \iota = e \\ \prod_{\hat{\iota} \in \textit{succ}(\iota)} \text{N-DSAFE}_{\hat{\iota}} & \text{sonst} \end{cases}$$

Busy Code Motion (EA-4)

2. Die Transformation: Einsetzungs- und Ersetzungspunkte

Lokale Prädikate:

- N-USAFE*, X-USAFE*, N-DSAFE*, X-DSAFE*: größte Lösungen der Gleichungssysteme für Aufwärts- und Abwärtssicherheit aus Schritt 1.

Busy Code Motion (EA-5)

$$\text{N-INSERT}_{\iota}^{\text{BCM}} =_{df} \text{N-DSAFE}_{\iota}^* \cdot \prod_{\hat{i} \in \text{pred}(\iota)} (\overline{\text{X-USAFE}_{\hat{i}}^* + \text{X-DSAFE}_{\hat{i}}^*})$$

$$\text{X-INSERT}_{\iota}^{\text{BCM}} =_{df} \text{X-DSAFE}_{\iota}^* \cdot \overline{\text{TRANSP}_{\iota}}$$

$$\text{REPLACE}_{\iota}^{\text{BCM}} =_{df} \text{COMP}_{\iota}$$

Zur Implementierung der BCM-Transformation auf BB-Graphen (1)

...auf Basisblockniveau, hier für knotenbenannte BB-Graphen.

Beachte: ...wir nehmen für das folgende an, dass (1) nur kritische Kanten gespalten sind (deshalb N- und X-Einsetzungen), und (2) dass alle Redundanzen innerhalb eines Basisblocks schon durch einen Präprozess beseitigt sind.

Zur Implementierung der BCM-Transformation auf BB-Graphen (2)

t -verfeinerte Flussgraphen...

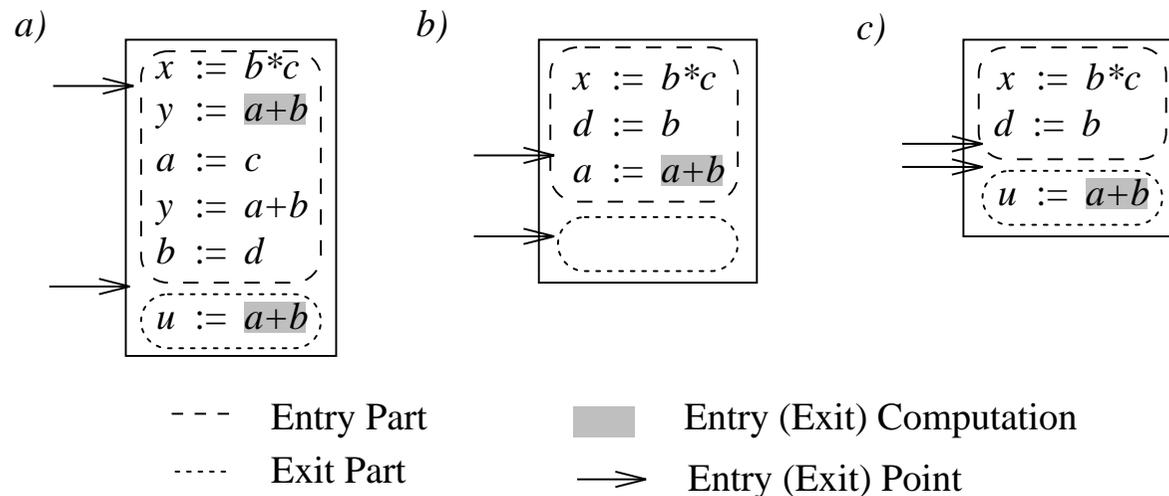
Bezüglich einer Berechnung t lässt sich ein Basisblock n in zwei disjunkte Teile unterteilen:

- ein *Eingangsteil* (*entry part*), der aus allen Anweisungen bis zu und einschließlich der letzten Modifikation von t besteht
- ein *Ausgangsteil* (*exit part*), der aus den verbleibenden Anweisungen von n besteht.

Beachte: ein nichtleerer Basisblock hat stets einen nichtleeren Eingangsteil; im Unterschied dazu kann der Ausgangsteil leer sein (zur Illustration siehe folgende Abbildung).

Zur Implementierung der BCM-Transformation auf BB-Graphen (3)

Zur Illustration von Eingangs- und Ausgangsteil eines Basisblocks...



Busy Code Motion (BB-1)

1. Die Analysen für Aufwärts- und Abwärtssicherheit

Lokale Prädikate:

- $\text{BB-NCOMP}_{\beta}(t)$: β enthält eine Anweisung ι , die t berechnet, und der keine Anweisung vorausgeht, die einen Operanden von t modifiziert.
- $\text{BB-XCOMP}_{\beta}(t)$: β enthält eine Anweisung ι , die t berechnet, und weder ι noch irgendeine andere Anweisung von β nach ι modifiziert einen Operanden von t .
- $\text{BB-TRANSP}_{\beta}(t)$: β enthält keine Anweisung, die einen Operanden von t modifiziert.

Busy Code Motion (BB-2)

Das Gleichungssystem für Aufwärtssicherheit:

$$\text{BB-N-USAFE}_\beta = \begin{cases} \text{false} & \text{falls } \beta = s \\ \prod_{\hat{\beta} \in \text{pred}(\beta)} (\text{BB-XCOMP}_{\hat{\beta}} + \text{BB-X-USAFE}_{\hat{\beta}}) & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\text{BB-X-USAFE}_\beta = (\text{BB-N-USAFE}_\beta + \text{BB-NCOMP}_\beta) \cdot \text{BB-TRANSP}_\beta$$

Busy Code Motion (BB-3)

Das Gleichungssystem für Abwärtssicherheit:

$$\text{BB-N-DSAFE}_\beta = \text{BB-NCOMP}_\beta + \text{BB-X-DSAFE}_\beta \cdot \text{BB-TRANSP}_\beta$$

$$\text{BB-X-DSAFE}_\beta = \text{BB-XCOMP}_\beta + \begin{cases} \text{false} & \text{falls } \beta = e \\ \prod_{\hat{\beta} \in \text{succ}(\beta)} \text{BB-N-DSAFE}_{\hat{\beta}} & \text{sonst} \end{cases}$$

Busy Code Motion (BB-4)

2. Die Transformation: Einsetzungs- und Ersetzungspunkte

Lokale Prädikate:

- $BB-N-USAFE^*$, $BB-X-USAFE^*$, $BB-N-DSAFE^*$,
 $BB-X-DSAFE^*$: größte Lösungen der Gleichungssysteme für Aufwärts- und Abwärtssicherheit aus Schritt 1.

Busy Code Motion (BB-5)

$$\text{N-INSERT}_{\beta}^{\text{BCM}} =_{df} \text{BB-N-DSAFE}_{\beta}^* \cdot \prod_{\hat{\beta} \in \text{pred}(\beta)} (\overline{\text{BB-X-USAFE}_{\hat{\beta}}^* + \text{BB-X-DSAFE}_{\hat{\beta}}^*})$$

$$\text{X-INSERT}_{\beta}^{\text{BCM}} =_{df} \text{BB-X-DSAFE}_{\beta}^* \cdot \overline{\text{BB-TRANSP}_{\beta}}$$

$$\text{N-REPLACE}_{\beta}^{\text{BCM}} =_{df} \text{BB-NCOMP}_{\beta}$$

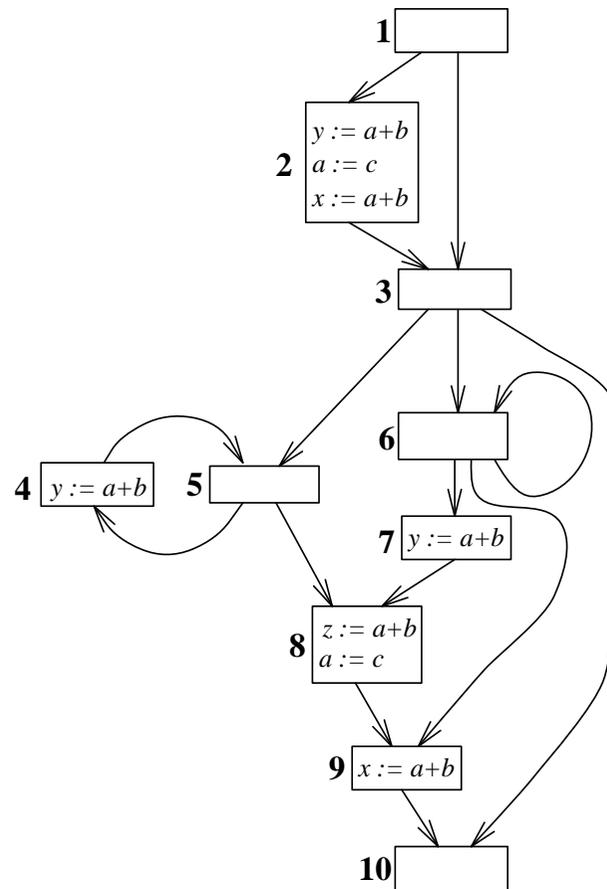
$$\text{X-REPLACE}_{\beta}^{\text{BCM}} =_{df} \text{BB-XCOMP}_{\beta}$$

Die Gleichungssysteme für LCM

Ähnlich!

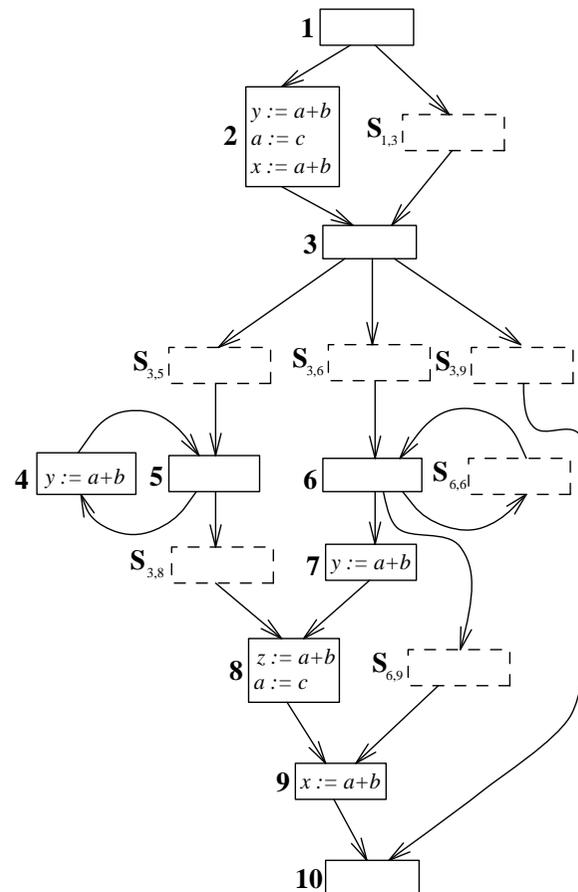
Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (1)

Das Ausgangsprogramm...



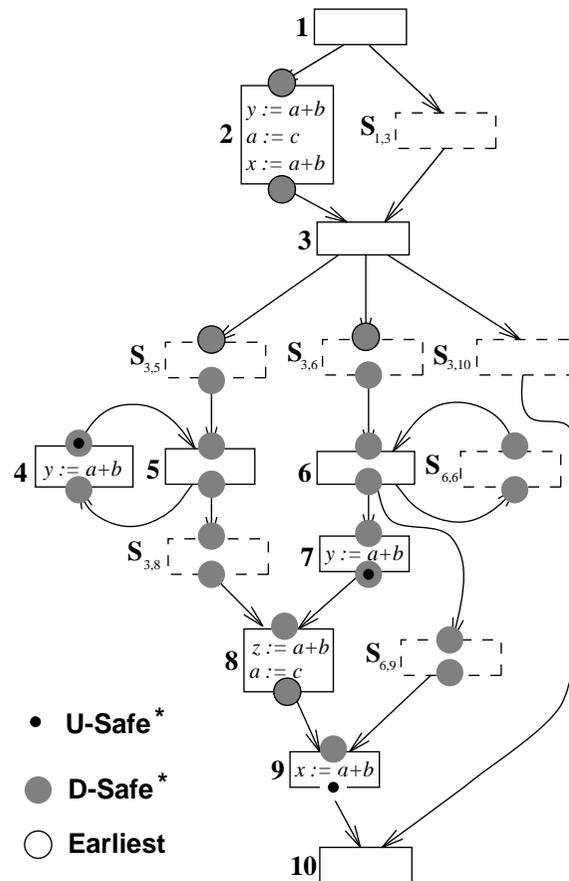
Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (2)

Das Ausgangsprogramm mit kritischen Kanten gespalten...



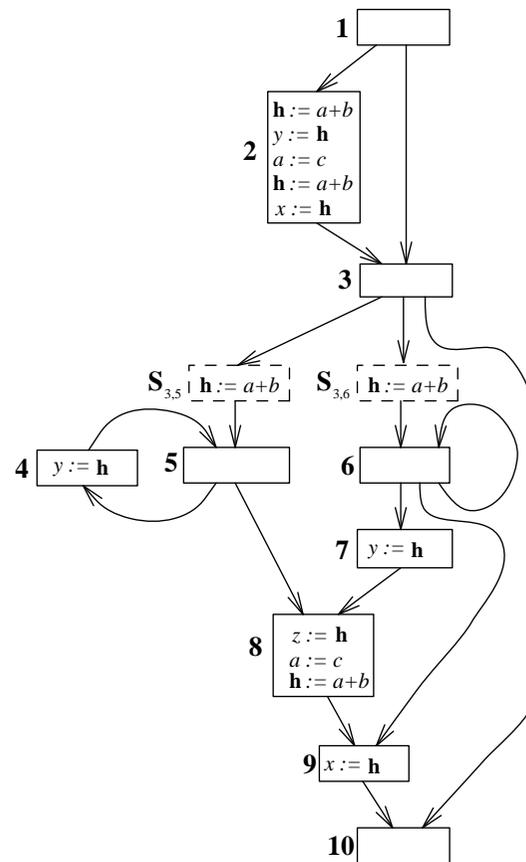
Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (3)

Die Berechnung der frühesten Berechnungspunkte...



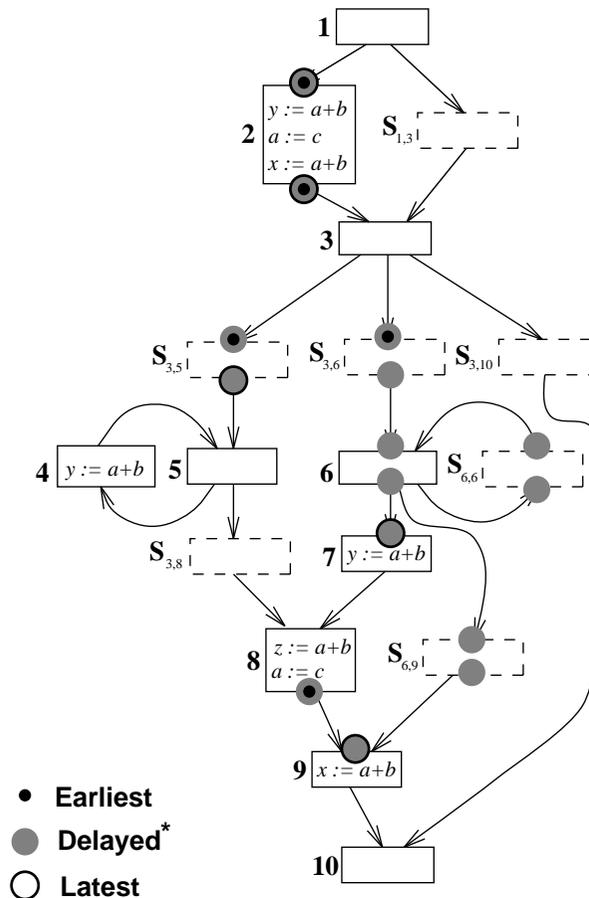
Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (4)

Das Ergebnis der BCM-Transformation...



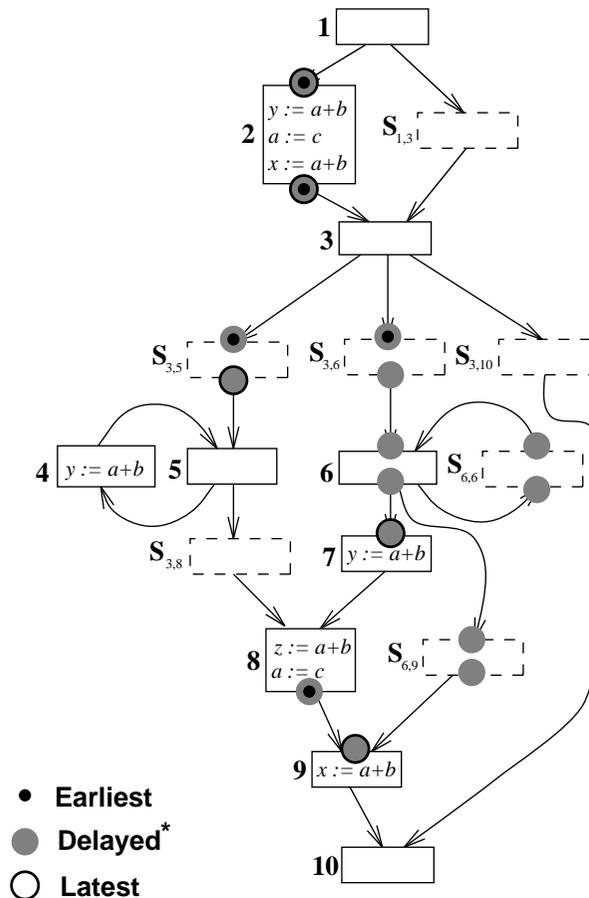
Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (5)

Die Berechnung der spätesten Berechnungspunkte...



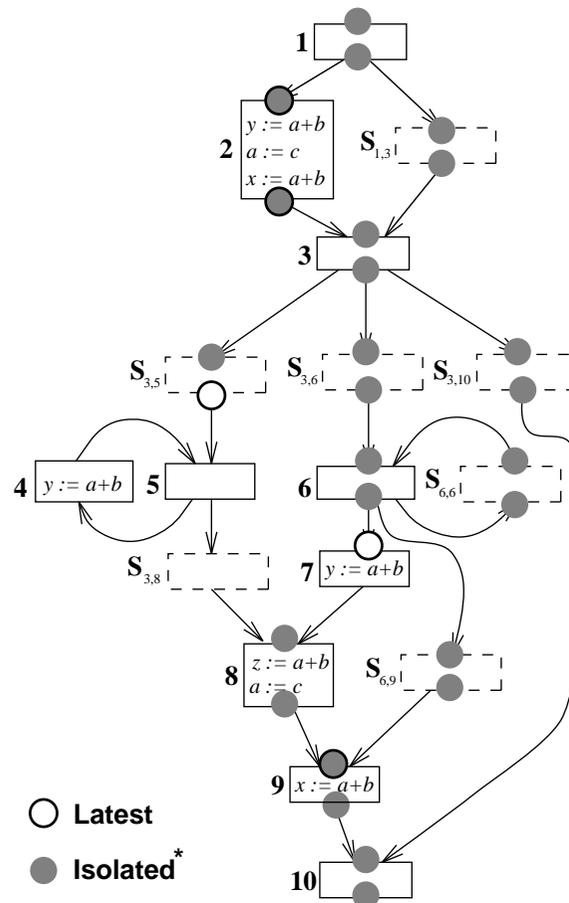
Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (6)

Das Ergebnis der ALCM-Transformation...



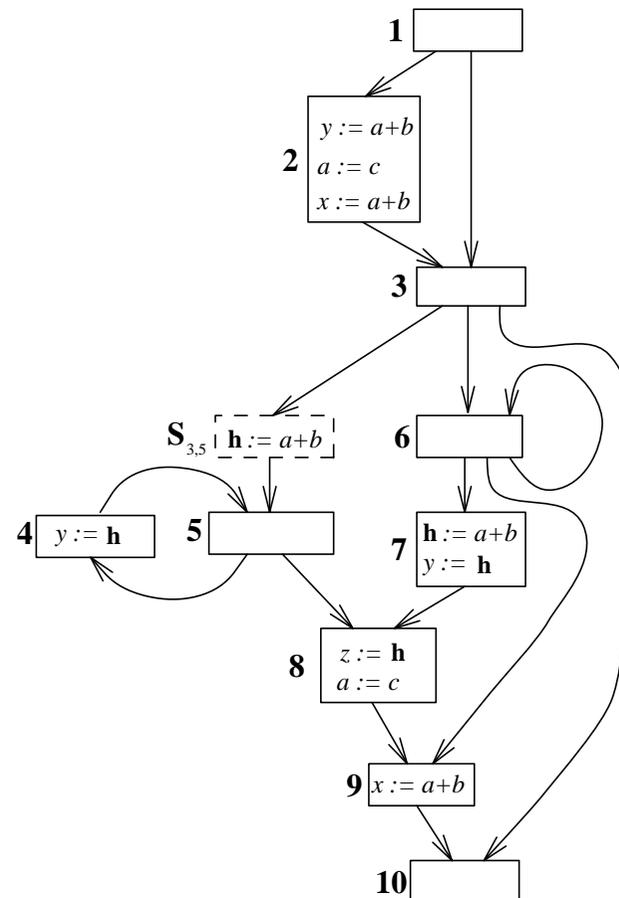
Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (7)

Die Berechnung isolierter Berechnungspunkte...



Ein größeres BB-Beispiel zur Illustration (8)

Das Ergebnis der LCM-Transformation...



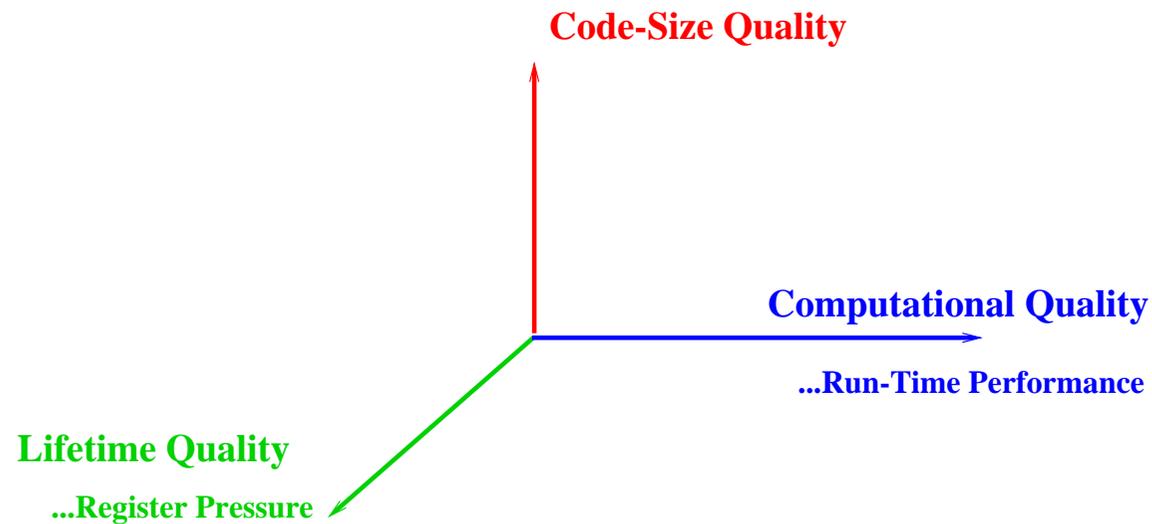
Heutzutage...

Lazy Code Motion ist...

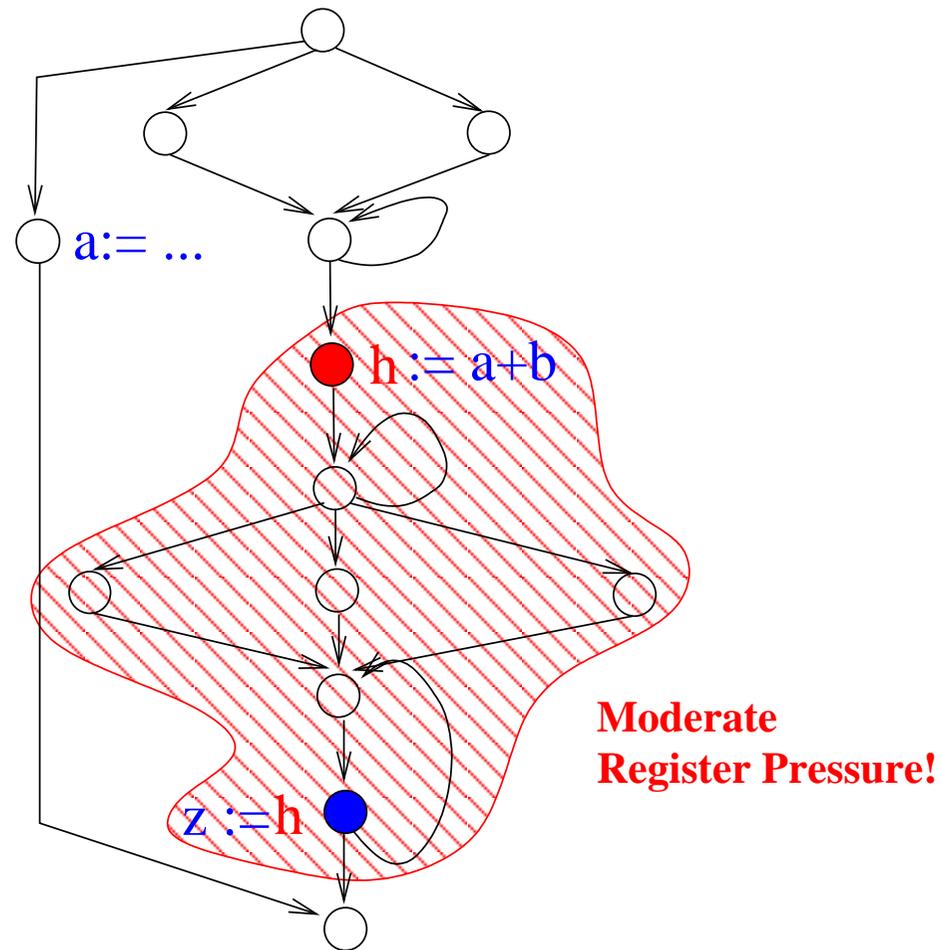
- ...der de-facto Standardalgorithmus für PRE, der in aktuellen state-of-the-art Übersetzern zum Einsatz kommt
 - Gnu compiler family
 - Sun Sparc compiler family
 - ...

In der Folge...

(Modulare) Erweiterung von LCM, um Anwenderprioritäten zu berücksichtigen!



...um auch diese Transformation zu ermöglichen:



There is more than speed!

Vorschau auf die weiteren Vorlesungstermine...

- Mo, 10.12.2007: Vorlesung von 16:15 Uhr bis 17:45 Uhr im Hörsaal 14, TU-Hauptgebäude
- *Mo, 17.12./24.12./31.12.2007: Keine Vorlesung(en)! (Ferialzeit)*
- Mo, 14.01.2008: Vorlesung von 16:15 Uhr bis 17:45 Uhr im Hörsaal 14, TU-Hauptgebäude