

Aufgabe 1 : (5+5 Punkte)

Beweisen Sie folgendes Lemma aus der Vorlesung zur Konstruktion wohlfundierter Ordnungen:

Sind $(W_1, <_1)$ und $(W_2, <_2)$ zwei wohlfundierte Ordnungen, dann sind auch

- $(W_1 \times W_2, <_{com})$ mit *komponentenweiser* Ordnung definiert durch

$$(m_1, m_2) <_{com} (n_1, n_2) \text{ gdw. } m_1 <_1 n_1 \wedge m_2 <_2 n_2$$

- $(W_1 \times W_2, <_{lex})$ mit *lexikographischer* Ordnung def. durch

$$(m_1, m_2) <_{lex} (n_1, n_2) \text{ gdw.}$$

$$(m_1 <_1 n_1) \vee (m_1 = n_1 \wedge m_2 <_2 n_2)$$

wohlfundierte Ordnungen.

Aufgabe 2 : (10 Punkte)

Beweisen Sie mithilfe des Hoare-Kalküls, dass die folgende Hoaresche Zusicherung partiell korrekt ist.

$$\{0 \leq a\} \quad x := 0; \quad y := a + 1; \quad \mathbf{while} \ y \neq x + 1 \ \mathbf{do} \\ z := (x + y) \ \mathbf{div} \ 2; \ \mathbf{if} \ z * z \leq a \ \mathbf{then} \ x := z \ \mathbf{else} \ y := z \ \mathbf{fi} \quad \{0 \leq x^2 \leq a < (x + 1)^2\}$$

Aufgabe 3 : (5 Punkte)

Durch Streichen der Regeln $[\text{abort}]_{sos}$ und $[\text{abort}]_{ns}$ in den Regelmengen der SO- und N-Semantik erhalten wir die reduzierten Regelsätze SOS_{red} und NS_{red} . Die Anweisung `abort` bleibe aber weiterhin ein Konstrukt der Sprache WHILE.

Untersuchen Sie, wie sich in den von SOS_{red} und NS_{red} induzierten Semantiken Divergenz und irreguläre Terminierung ausdrücken. Begründen Sie Ihre Antworten jeweils.