

**Aufgabe 1** : (8+2 Punkte)

Unter den *freien Variablen* eines arithmetischen Ausdrucks  $a$  (über den Operatoren  $+$ ,  $*$  und  $-$ ) verstehen wir die Menge der in ihm vorkommenden Variablen. Diese Menge lässt sich induktiv wie folgt definieren:

$$\begin{aligned}FV(n) &= \emptyset \\FV(x) &= \{x\} \\FV(a_1 + a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\FV(a_1 * a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\FV(a_1 - a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2)\end{aligned}$$

1. Beweisen Sie induktiv: Sind  $\sigma$  und  $\sigma'$  zwei Zustände mit  $\sigma(x) = \sigma'(x)$  für alle  $x \in FV(a)$ , dann gilt:

$$\llbracket a \rrbracket_A(\sigma) = \llbracket a \rrbracket_A(\sigma')$$

2. Was bedeutet die vorstehende Aussage anschaulich?

**Aufgabe 2** : (8+2 Punkte)

Gegeben sei das folgende WHILE-Programm  $\pi$ :

```
z:=0; while y<=x do z:=z+1; x:=x-y od
```

1. Geben Sie die Ableitungsfolge an, die sich ergibt, wenn das Programm  $\pi$  auf einen Zustand  $\sigma$  mit  $\sigma(x) = 23$  und  $\sigma(y) = 7$  angesetzt wird.
2. Geben Sie einen Zustand  $\tau$  an, für den  $\pi$  angesetzt auf  $\tau$  divergiert.