

Aufgabe 1 : (8+2 Punkte)

Unter den *freien Variablen* eines arithmetischen Ausdrucks a (über den Operatoren $+$, $*$ und $-$) verstehen wir die Menge der in ihm vorkommenden Variablen. Diese Menge lässt sich induktiv wie folgt definieren:

$$\begin{aligned}FV(n) &= \emptyset \\FV(x) &= \{x\} \\FV(a_1 + a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\FV(a_1 * a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2) \\FV(a_1 - a_2) &= FV(a_1) \cup FV(a_2)\end{aligned}$$

1. Beweisen Sie induktiv: Sind σ und σ' zwei Zustände mit $\sigma(x) = \sigma'(x)$ für alle $x \in FV(a)$, dann gilt:

$$\llbracket a \rrbracket_A(\sigma) = \llbracket a \rrbracket_A(\sigma')$$

2. Was bedeutet die vorstehende Aussage anschaulich?

Aufgabe 2 : (8+2 Punkte)

Gegeben sei das folgende WHILE-Programm π :

```
z:=0; while y<=x do z:=z+1; x:=x-y od
```

1. Geben Sie die Ableitungsfolge an, die sich ergibt, wenn das Programm π auf einen Zustand σ mit $\sigma(x) = 23$ und $\sigma(y) = 7$ angesetzt wird.
2. Geben Sie einen Zustand τ an, für den π angesetzt auf τ divergiert.