Institut für Computersprachen
Technische Universität Wien
Prof. Dr. J. Knoop

A-1040 Wien
Argentinierstr. 8
Tel.: 01/58801-18510

"AK d. Prakt. Informatik 1&2 (185.260, VU 2.0)" WS 2005/2006

Übungsblatt 6 12.12.2005

Aufgabe 1 : (5+5 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass in partiellen Ordnungen kleinste obere und größte untere Schranken eindeutig bestimmt sind, so sie existieren.

b) Zeigen Sie, dass Aussage a) in Quasi-Ordnungen i.a. nicht erfüllt ist.

Aufgabe 2 : (5+5 Punkte)

Sei $(V, \sqsubseteq)$ ein vollständiger Verband. Zeigen Sie, dass V ein jeweils eindeutig bestimmtes

a) größtes Element und

b) kleinstes Element

besitzt, die wir mit $\top$ und $\bot$ bezeichnen wollen.

Hinweis: Ein Element $v \in V$ heißt *größtes* (*kleinstes*) *Element* von V, falls gilt:

$$\forall\, v' \in V.\ v' \sqsubseteq v \quad (\forall\, v' \in V.\ v \sqsubseteq v')$$

Aufgabe 3 : (5 Punkte)

Sei M eine Menge und bezeichne $\mathcal{P}$ den Potenzmengenoperator. Zeigen Sie, dass $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ bezüglich der Mengeninklusion ein vollständiger Verband ist.

Aufgabe 4 : (5+5 Punkte)

Stetigkeit einer Funktion impliziert ihre Monotonie und ist somit eine stärkere Eigenschaft als Monotonie. Die folgende äquivalente Charakterisierung der Monotonie einer Funktion auf einer vollständigen partiellen Ordnung macht diesen Zusammenhang unmittelbar augenfällig.

Seien $(C, \sqsubseteq_C)$ und $(D, \sqsubseteq_D)$ zwei CPOs und sei $f : C \to D$ eine Funktion von C nach D.

Beweisen Sie: f ist monoton gdw. $\forall\, C' \subseteq C.\ f(\bigsqcup_C C') \sqsupseteq_D \bigsqcup_D f(C')$

Hinweis: Für die LVA AKdPI 1 sind die Aufgaben 1(b), 2(a) und 4 gedacht.

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!

Abgabe: Montag, den 09.01.2006, vor der Vorlesung (EI 6 Eckert HS).