Institut für Computersprachen
Technische Universität Wien
Prof. Dr. J. Knoop

A-1040 Wien
Argentinierstr. 8
Tel.: 01/58801-18510

“AK d. Prakt. Informatik 2 (185.260, VU 2.0)” WS 2004/2005

# Übungsblatt 4

11.11.2004

**Aufgabe 1** : (15 Punkte)

Beweisen Sie den Fixpunktsatz von Knaster/Tarski bzw. Kleene.

*Zur Erinnerung*:

**Fixpunktsatz nach Knaster/Tarski bzw. Kleene**
Sei $(C, \sqsubseteq)$ eine CPO und sei $f : C \to C$ eine stetige Funktion auf $C$.

Dann hat $f$ einen kleinsten Fixpunkt $\mu f$ und dieser Fixpunkt ergibt sich als kleinste obere Schranke der Kette (sog. *Kleene*-Kette) $\{\bot, f(\bot), f^2(\bot), \ldots\}$, d.h.

$$\mu f = \bigsqcup_{i \in \mathbb{N}_0} f^i(\bot) = \bigsqcup \{\bot, f(\bot), f^2(\bot), \ldots\}$$

**Aufgabe 2** : (5+5 Punkte)

Stetigkeit einer Funktion impliziert ihre Monotonie und ist somit eine stärkere Eigenschaft als Monotonie. Die folgende äquivalente Charakterisierung der Monotonie einer Funktion auf einer vollständigen partiellen Ordnung macht diesen Zusammenhang unmittelbar aufgenfällig.

Seien $(C, \sqsubseteq_C)$ und $(D, \sqsubseteq_D)$ zwei CPOs und sei $f : C \to D$ eine Funktion von $C$ nach $D$.

Beweisen Sie: $f$ ist monoton gdw. $\forall\, C' \subseteq C.\ f(\bigsqcup_C C') \sqsupseteq_D \bigsqcup_D f(C')$

**Abgabe**: Donnerstag, den 18.11.2004, vor der Vorlesung (EI 6 Eckert HS).