Institut für Computersprachen
Technische Universität Wien
Prof. Dr. J. Knoop

A-1040 Wien
Argentinierstr. 8
Tel.: 01/58801-18502

"Optimierende Übersetzer (185.187, VU 3.0)" WS 2003/2004

Übungsblatt 4 20.11.2003

Aufgabe 1 : (3+3 Punkte)

Sei $(V, \sqsubseteq)$ ein vollständiger Verband. Zeigen Sie, dass V ein jeweils eindeutig bestimmtes

a) größtes Element und

b) kleinstes Element

besitzt, die wir mit $\top$ und $\bot$ bezeichnen wollen.

Hinweis: Ein Element $v \in V$ heißt *größtes* (*kleinstes*) *Element* von V, falls gilt:

$$\forall\, v' \in V.\ v' \sqsubseteq v \quad (\forall\, v' \in V.\ v \sqsubseteq v')$$

Aufgabe 2 : (3+3 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass in partiellen Ordnungen kleinste obere und größte untere Schranken eindeutig bestimmt sind, so sie existieren.

b) Zeigen Sie, dass Aussage a) in Quasi-Ordnungen i.a. nicht erfüllt ist.

Aufgabe 3 : (5 Punkte)

Sei M eine Menge und bezeichne $\mathcal{P}$ den Potenzmengenoperator. Zeigen Sie, daß $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ bezüglich der Mengeninklusion ein vollständiger Verband ist.

Aufgabe 4 : (5 Punkte)

Zeigen Sie: Ein vollständiger $\sqcap$-Halbverband ist stets auch ein vollständiger $\sqcup$-Halbverband und umgekehrt, d.h. ein vollständiger Halbverband ist stets schon ein vollständiger Verband.

Hinweis: Eine partielle Ordnung $(P, \sqsubseteq)$ heißt *vollständiger* $\sqcap$*-Halbverband*, falls jede Teilmenge P' von P eine größte untere Schranke besitzt. Analog dazu ist die Definition eines vollständigen $\sqcup$-Halbverbandes.

Abgabe: Donnerstag, den 27.11.2003, vor der Vorlesung (FH HS4).