

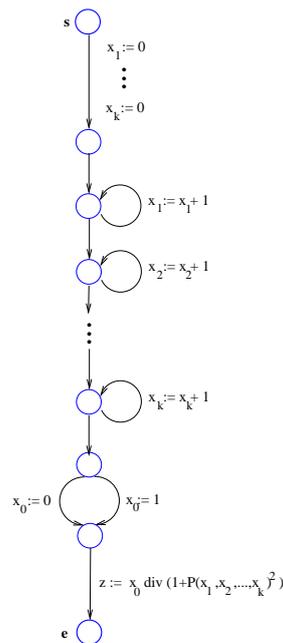
Die Aufgaben beziehen sich auf *Kapitel 7* der Vorlesung.

Aufgabe 1 : (2+2 Punkte)

Reif und Lewis reduzieren die Unentscheidbarkeit des Konstantenpropagations- und -faltungsproblems auf die Unentscheidbarkeit des 10. Hilbertschen Problems (vgl. Theorem 7.10.2.1.1 und Theorem 7.10.2.1.2). Auf diese Weise reduziert sich das Unentscheidbarkeitsproblem auf den Beweis der Äquivalenz:

P hat keine Wurzel in den natürlichen Zahlen gdw z ist Konstante an e in G

Dabei ist G wie folgt, wobei div die ganzzahlige Division bezeichnet und z *Konstante* an e heißt, wenn z unabhängig vom Programmpfad von s nach e an e stets denselben konstanten Wert hat:



Aufgabe 2 : (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass sich die Unentscheidbarkeit des Konstantenpropagations- und -faltungsproblems auch auf die Unentscheidbarkeit des Halteproblems reduzieren lässt. Beweisen Sie dazu folgende Äquivalenz:

π' terminiert regulär gdw der Wert von y am Ende von π ist keine Konstante

wobei π folgendes nichtdeterministisch interpretierte WHILE-Programmfragment ist mit $\pi' \in \mathbf{Prg}$ beliebiges WHILE-Programm:

$$\pi \equiv \mathbf{if} \dots \mathbf{then} x := 1 \mathbf{else} \pi'; x := 2 \mathbf{fi}; y := x$$

Aufgabe 3 : (4+(4+4) Punkte)

Welche der folgenden Implikationen bzw. Äquivalenzen gelten? Beweis oder Gegenbeispiel.

1. f distributiv oder additiv $\implies f$ monoton
2. f distributiv $\iff f$ additiv

für $\widehat{\mathcal{C}} = (\mathcal{C}, \sqsubseteq, \sqcap, \sqcup, \perp, \top)$ vollständiger Verband und $f : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ Funktion auf der (Element-) Menge \mathcal{C} von $\widehat{\mathcal{C}}$.

Aufgabe 4 : (4*2 Punkte)

Welche der folgenden Paare sind i) partielle Ordnungen, (ii) vollständige partielle Ordnungen, (iii) Verbände, (iv) vollständige Verbände? Stellen Sie Ihre Antworten in einer Tabelle zusammen ('ist', 'ist nicht'); geben Sie eine knappe Begründung nur dann an, wenn eine Eigenschaft nicht gilt.

1. $(\mathcal{Z}, \sqsubseteq)$ mit
 - $\mathcal{Z} =_{\text{df}} [\Sigma \leftrightarrow \Sigma]$ Menge partieller Zustandstransformationen.
 - $\sqsubseteq \subseteq \mathcal{Z} \times \mathcal{Z}$ definiert durch:
 - $\forall z_1, z_2 \in \mathcal{Z}. z_1 \sqsubseteq z_2 \iff_{\text{df}}$
 - $\forall \sigma \in \Sigma. z_1(\sigma) \text{ definiert} = \sigma' \implies z_2(\sigma) \text{ definiert} = \sigma'$
2. $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ mit M endliche Menge, \subseteq Teilmengenrelation und \mathcal{P} Potenzmengenoperator, d.h. $\mathcal{P}(M) =_{\text{df}} \{M' \mid M' \subseteq M\}$.
3. $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ mit M nichtendliche Menge, \subseteq Teilmengenrelation und \mathcal{P} Potenzmengenoperator.
4. $(\mathcal{P}_{\text{endl}}(M), \subseteq)$ mit M nichtendliche Menge, \subseteq Teilmengenrelation und $\mathcal{P}_{\text{endl}}$ 'endlicher' Potenzmengenoperator, d.h. $\mathcal{P}_{\text{endl}}(M) =_{\text{df}} \{M' \mid M' \subseteq M, M' \text{ endlich}\}$.

Aufgabe 5 : (4 Punkte)

Welche der folgenden Implikationen gelten? Geben Sie eine knappe Begründung (z.B. Gegenbeispiel) nur dann an, wenn eine Implikation nicht gilt (s. Anhang A.3, Def. A.3.1.1 für KVPOs).

1. Jede KVPO (M, \sqsubseteq) ist ein Verband: $(M, \sqsubseteq) \text{ KVPO} \implies (M, \sqsubseteq) \text{ Verband}$.
2. Jede KVPO (M, \sqsubseteq) ist ein vollständiger Verband: $(M, \sqsubseteq) \text{ KVPO} \implies (M, \sqsubseteq) \text{ vollst. Verband}$.
3. Jeder Verband (M, \sqsubseteq) ist eine KVPO: $(M, \sqsubseteq) \text{ Verband} \implies (M, \sqsubseteq) \text{ KVPO}$.
4. Jeder vollst. Verband (M, \sqsubseteq) ist eine KVPO: $(M, \sqsubseteq) \text{ vollst. Verband} \implies (M, \sqsubseteq) \text{ KVPO}$.

*Iucundi acti labores.
Getane Arbeiten sind angenehm.
Cicero (106 - 43 v.Chr.)
röm. Staatsmann und Schriftsteller*

Abgabe: Mittwoch, den 28.04.2021, im TUWEL-Kurs zur Lehrveranstaltung.