Technische Universität Wien
Programmiersprachen und Übersetzer
Prof. Dr. J. Knoop

A-1040 Wien
Argentinierstr. 8
Tel.: 01-58801-18510

" Analyse und Verifikation (185.276, VU 2.0, ECTS 3.0) " SS 2020

Übungsblatt 5 25.03.2020

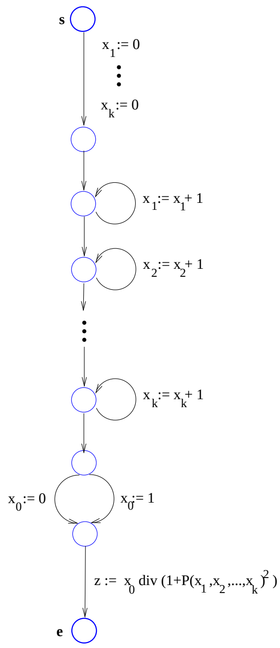
Die Aufgaben beziehen sich auf *Kapitel 7* der Vorlesung.

Aufgabe 1 : (2+2 Punkte)

Reif und Lewis reduzieren die Unentscheidbarkeit des Konstantenpropagations- und -faltungsproblems auf die Unentscheidbarkeit des 10. Hilbertschen Problems (vgl. Theorem 7.10.2.1.1 und Theorem 7.10.2.1.2). Auf diese Weise reduziert sich das Unentscheidbarkeitsproblem auf den Beweis der Äquivalenz:

P hat keine Wurzel in den natürlichen Zahlen gdw z ist Konstante an **e** in G

Dabei ist G wie folgt, wobei `div` die ganzzahlige Division bezeichnet und z *Konstante* an **e** heißt, wenn **z** unabhängig vom Programmpfad von **s** nach **e** an **e** stets denselben konstanten Wert hat:



Aufgabe 2 : (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass sich die Unentscheidbarkeit des Konstantenpropagations- und -faltungsproblems auch auf die Unentscheidbarkeit des Halteproblems reduzieren lässt. Beweisen Sie dazu folgende Äquivalenz:

π' terminiert regulär gdw der Wert von **y** am Ende von π ist keine Konstante

wobei π folgendes nichtdeterminstisch interpretierte WHILE-Programmfragment ist mit $\pi' \in \mathbf{Prg}$ beliebiges WHILE-Programm:

$$\pi \;\equiv\; \mathbf{if}\ \ldots\ \mathbf{then}\ x := 1\ \mathbf{else}\ \pi';\ x := 2\ \mathbf{fi};\ y := x$$

Aufgabe 3 : ((4+4)+4 Punkte)

Beweisen Sie Lemma 7.1.2.7 aus der Vorlesung:

Für $f : \mathcal{C} \to \mathcal{C}$ Funktion auf der (Element-) Menge des vollständigen Verbands $\widehat{\mathcal{C}} = (\mathcal{C}, \sqsubseteq, \sqcap, \sqcup, \perp, \top)$ gilt:

1. f distributiv $\iff$ f additiv
2. f distributiv oder additiv $\Longrightarrow$ f monoton

Aufgabe 4 : (4*2 Punkte)

Welche der folgenden Paare sind i) partielle Ordnungen, (ii) vollständige partielle Ordnungen, (iii) Verbände, (iv) vollständige Verbände? Stellen Sie Ihre Antworten in einer Tabelle zusammen ('ist', 'ist nicht'); geben Sie eine knappe Begründung nur dann an, wenn eine Eigenschaft nicht gilt.

1. $(\mathcal{Z}, \sqsubseteq)$ mit
   - $\mathcal{Z} =_{\text{df}} [\Sigma \hookrightarrow \Sigma]$ Menge partieller Zustandstransformationen.
   - $\sqsubseteq \subseteq \mathcal{Z} \times \mathcal{Z}$ definiert durch:
     $\forall\, z_1, z_2 \in \mathcal{Z}.\ z_1 \ \sqsubseteq\ z_2 \ \Longleftrightarrow_{df}$
     $\forall\, \sigma \in \Sigma.\ z_1(\sigma)\ \mathit{definiert}\ =\ \sigma' \ \Rightarrow\ z_2(\sigma)\ \mathit{definiert}\ =\ \sigma'$
2. $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ mit M endliche Menge, $\subseteq$ Teilmengenrelation und $\mathcal{P}$ Potenzmengenoperator, d.h. $\mathcal{P}(M) =_{\text{df}} \{M' \mid M' \subseteq M\}$.
3. $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ mit M nichtendliche Menge, $\subseteq$ Teilmengenrelation und $\mathcal{P}$ Potenzmengenoperator.
4. $(\mathcal{P}_{endl}(M), \subseteq)$ mit M nichtendliche Menge, $\subseteq$ Teilmengenrelation und $\mathcal{P}_{endl}$ 'endlicher' Potenzmengenoperator, d.h. $\mathcal{P}_{endl}(M) =_{\text{df}} \{M' \mid M' \subseteq M,\ M'\ \mathit{endlich}\}$.

Aufgabe 5 : (4 Punkte)

Welche der folgenden Implikationen gelten? Geben Sie eine knappe Begründung (z.B. Gegenbeispiel) nur dann an, wenn eine Implikation nicht gilt (s. Anhang A.3, Def. A.3.1.1 für KVPOs).

1. Jede KVPO $(M, \sqsubseteq)$ ist ein Verband: $(M, \sqsubseteq)\ KVPO\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ Verband.$
2. Jede KVPO $(M, \sqsubseteq)$ ist ein vollständiger Verband: $(M, \sqsubseteq)\ KVPO\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ vollst.\ Verband.$
3. Jeder Verband $(M, \sqsubseteq)$ ist eine KVPO: $(M, \sqsubseteq)\ Verband\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ KVPO.$
4. Jeder vollst. Verband $(M, \sqsubseteq)$ ist eine KVPO: $(M, \sqsubseteq)\ vollst.\ Verband\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ KVPO.$

Iucundi acti labores.
Getane Arbeiten sind angenehm.
Cicero (106 - 43 v.Chr.)
röm. Staatsmann und Schriftsteller

Abgabe: Zu Beginn der nächsten Lehrveranstaltung nach Wiederaufnahme der Präsenzlehre. Nach gegenwärtigem Stand wird dies Mittwoch, der 22.04.2020, sein (bei Bedarf wird der Abgabetermin über den Wiederaufnahmetermin hinaus verschoben).