

**Aufgabe 1** : (4 Punkte)

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion (über den induktiven Aufbau Boolescher Ausdrücke) unter Voraussetzung von Substitutionslemma 1.7.3 für arithmetische Ausdrücke Substitutionslemma 1.7.4 aus der Vorlesung:

Lemma 1.7.4 (*Substitutionslemma für  $\llbracket \cdot \rrbracket_B$* )

$$\forall b \in \mathbf{Bexpr}. \forall a' \in \mathbf{Aexpr}. \forall \sigma \in \Sigma. \llbracket b[a'/x] \rrbracket_B(\sigma) = \llbracket b \rrbracket_B(\sigma[\llbracket a' \rrbracket_A(\sigma)/x])$$

**Aufgabe 2** : (4+4 Punkte)

Sei  $\sigma \in \Sigma$  ein Zustand mit  $\sigma(x) = \mathbf{5}$  und  $\sigma(y) = \mathbf{2}$ . Zeigen Sie mithilfe der

1. strukturell operationellen Semantik
2. natürlichen Semantik

von WHILE, dass das Programm

$$z := 1; \mathbf{while} \ y \geq 1 \ \mathbf{do} \ z := z * x; \ y := y - 1 \ \mathbf{od}$$

angesetzt auf  $\sigma$  regulär im (substituierten) Zustand  $\sigma[\mathbf{25}/z][\mathbf{0}/y][\mathbf{5}/x]$  terminiert.

**Aufgabe 3** : (4 Punkte)

Seien  $\pi_1, \pi_2 \in \mathbf{Prg}$  zwei WHILE-Programme und  $\sigma, \sigma' \in \Sigma$  zwei Zustände.

Untersuchen Sie die Gültigkeit der folgenden Implikation (Beweis oder Gegenbeispiel):

$$\langle \pi_1; \pi_2, \sigma \rangle \Rightarrow^* \langle \pi_2, \sigma' \rangle \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}_0. \langle \pi_1, \sigma \rangle \Rightarrow^k \sigma'$$

**Aufgabe 4** : (4+4 Punkte)

Erweitern Sie die Programmiersprache WHILE um das Schleifenkonstrukt:

$$\mathbf{for} \ i := x_1 \ \mathbf{to} \ x_2 \ \mathbf{do} \ \pi \ \mathbf{od}$$

wobei  $i, x_1, x_2 \in \mathbf{Var}$  mit  $i$  wird in  $\pi$  nicht geschrieben (d.h.  $i$  kommt nicht linksseitig in einer Zuweisung in  $\pi$  vor) und  $x_1, x_2$  werden in  $\pi$  weder gelesen noch geschrieben.

Geben Sie (ohne sich auf die while-Schleife und deren Semantik abzustützen)

1. SOS-Regel(n)
2. NS-Regel(n)

an, die dem Konstrukt die ‘gewohnte’ Bedeutung der for-Schleife für Schrittweite 1 zuordnen.

---

**Abgabe:** Zu Beginn der nächsten Lehrveranstaltung nach Wiederaufnahme der Präsenzlehre. Nach gegenwärtigem Stand wird dies Mittwoch, der 22.04.2020, sein (bei Bedarf wird der Abgabetermin über den Wiederaufnahmetag hinaus verschoben).