Institut für Computersprachen
Technische Universität Wien
Prof. Dr. J. Knoop

A-1040 Wien
Argentinierstr. 8
Tel.: 01-58801-18510

"Analyse und Verifikation (185.276, VU 2.0, ECTS 3.0)" SS 2018

Übungsblatt 4 18.04.2018

Aufgabe 1 : (4+4 Punkte)

Geben Sie ein WHILE-Programm π an, für das die Hoaresche Zusicherung

$$\{true\} \;\; \pi \; \{false\}$$

partiell korrekt ist, und beweisen Sie Ihre Behauptung mittels

1. eines baumartigen Beweises
2. einer linearen Beweisskizze

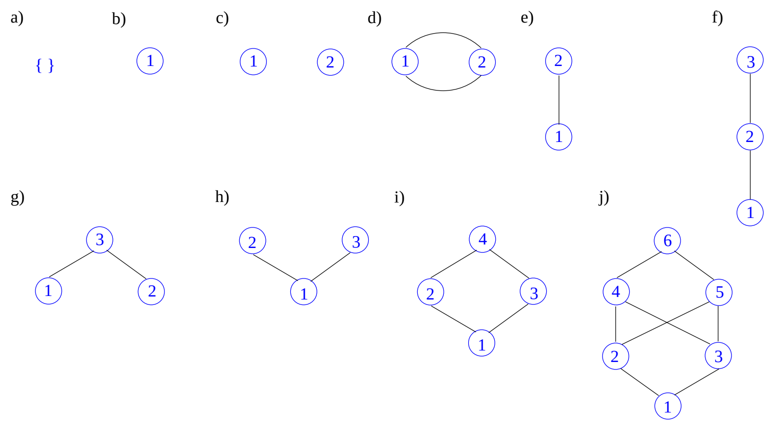
Aufgabe 2 : (8 Punkte)

Beweisen Sie, dass das WHILE-Programm zur Berechnung der Produkts von Aufgabenblatt 3 bezüglich der Vorbedingung $x = n \;\wedge y = m \;\wedge\; n > 1$ und der Nachbedingung $y = n * m$ auch total korrekt ist, d.h. beweisen Sie die Gültigkeit der Hoareschen Zusicherung

$$[x = n \;\wedge y = m \;\wedge\; n > 1] \;\; \textbf{while } x \neq 1 \text{ y} := y + m;\; x := x - 1 \textbf{ od} \;\; [y = n * m]$$

Aufgabe 3 : (10 Punkte)

Gegeben seien folgende in Form von Hasse-Diagrammen (bzw. Hasse-Diagramm-ähnlichen Diagrammen) gegebene (Halb-) Ordnungen (engl. pre-order):



Welche dieser Ordnungen sind (i) partielle Ordnungen (engl. partial order), welche sind (ii) vollständige partielle Ordnungen (engl. chain-complete partial order (CCPO)), (ii) Verbände (engl. lattice), welche sind (iii) vollständige Verbände (engl. complete lattice)? Begründen Sie Ihre Antwort (Beweis oder Gegenbeispiel).

Hinweis: Partielle Ordnungen und Hasse-Diagramme sind in Anhang A.2.1 und A.2.8 eingeführt, Verbände und vollständige Verbände in Anhang A.4.

Aufgabe 4 : (4 Punkte)

Welche der folgenden Paare sind i) partielle Ordnungen, (ii) vollständige partielle Ordnungen, (iii) Verbände, (iv) vollständige Verbände? Begründen Sie Ihre Antwort (Beweis oder Gegenbeispiel).

1. $(ZT, \sqsubseteq)$ mit
   - $ZT =_{\mathrm{df}} [\Sigma \to \Sigma]$ Menge der Zustandstransformationen.
   - $\sqsubseteq \subseteq ZT \times ZT$ definiert durch:

     $\forall\, g_1, g_2 \in ZT.\ g_1 \ \sqsubseteq\ g_2 \ \Longleftrightarrow_{df}$

     $\forall\, \sigma \in \Sigma.\ g_1(\sigma)\ \mathit{definiert}\ =\ \sigma' \ \Rightarrow\ g_2(\sigma)\ \mathit{definiert}\ =\ \sigma'$
2. $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ mit M endliche Menge, $\subseteq$ Teilmengenrelation und $\mathcal{P}$ Potenzmengenoperator, d.h. $\mathcal{P}(M) =_{\mathrm{df}} \{M' \mid M' \subseteq M\}$.
3. $(\mathcal{P}(M), \subseteq)$ mit M nichtendliche Menge, $\subseteq$ Teilmengenrelation und $\mathcal{P}$ Potenzmengenoperator.
4. $(\mathcal{P}_{endl}(M), \subseteq)$ mit M nichtendliche Menge, $\subseteq$ Teilmengenrelation und $\mathcal{P}_{endl}$ 'endlicher' Potenzmengenoperator, d.h. $\mathcal{P}_{endl}(M) =_{\mathrm{df}} \{M' \mid M' \subseteq M,\ M'\ \mathit{endlich}\}$.

Aufgabe 5 : (4 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie (Beweis oder Gegenbeispiel):

1. Jede CCPO $(M, \sqsubseteq)$ ist ein Verband: $(M, \sqsubseteq)\ CCPO\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ Verband.$
2. Jede CCPO $(M, \sqsubseteq)$ ist ein vollständiger Verband: $(M, \sqsubseteq)\ CCPO\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ \mathit{vollst.}\ Verband.$
3. Jeder Verband $(M, \sqsubseteq)$ ist eine CCPO: $(M, \sqsubseteq)\ Verband\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ CCPO.$
4. Jeder vollst. Verband $(M, \sqsubseteq)$ ist eine CCPO: $(M, \sqsubseteq)\ \mathit{vollst.}\ Verband\ \Rightarrow\ (M, \sqsubseteq)\ CCPO.$

Abgabe: Mittwoch, 25.04.2018, vor der Vorlesung.