

Aufgabe 1 : (4 Punkte)

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion (über den induktiven Aufbau arithmetischer Ausdrücke) Substitutionslemma 1.7.3 aus Kapitel 1.7 der Vorlesung:

Lemma 1.7.3 (*Substitutionslemma für* $\llbracket \cdot \rrbracket_A$)

$$\forall a, a' \in \mathbf{Aexpr}. \forall \sigma \in \Sigma. \llbracket a[a'/x] \rrbracket_A(\sigma) = \llbracket a \rrbracket_A(\sigma[\llbracket a' \rrbracket_A(\sigma)/x])$$

Aufgabe 2 : (4+4 Punkte)

Sei $\sigma \in \Sigma$ ein Zustand mit $\sigma(x) = \mathbf{13}$ und $\sigma(y) = \mathbf{5}$. Zeigen Sie mithilfe der

1. strukturell operationellen
2. natürlichen

Semantik von WHILE, dass das Programm

$z := 0; \mathbf{while} \ y \leq x \ \mathbf{do} \ z := z + 1; \ x := x - y \ \mathbf{od}$

angesetzt auf σ regulär im Zustand $\sigma[\mathbf{2}/z][\mathbf{5}/y][\mathbf{3}/x]$ terminiert.

Aufgabe 3 : (4 Punkte)

Seien $\pi_1, \pi_2 \in \mathbf{Prg}$ zwei WHILE-Programme und $\sigma, \sigma' \in \Sigma$ zwei Zustände.

Untersuchen Sie die Gültigkeit der folgenden Implikation (Beweis oder Gegenbeispiel):

$$\langle \pi_1; \pi_2, \sigma \rangle \Rightarrow^* \langle \pi_2, \sigma' \rangle \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}_0. \langle \pi_1, \sigma \rangle \Rightarrow^k \sigma'$$

Aufgabe 4 : (4+4 Punkte)

Erweitern Sie die Programmiersprache WHILE um das Schleifenkonstrukt

$\mathbf{repeat} \ \pi \ \mathbf{until} \ b \ \mathbf{end}$

Geben Sie eine

1. SOS-Regel [rep_{sos}]
2. NS-Regel [rep_{ns}]

an, die diesem Konstrukt die “gewohnte” Semantik gibt, ohne bei der Angabe dieser Regeln die Existenz des while-Konstrukts in WHILE auszunutzen.

Abgabe: Mittwoch, den 11.04.2018, vor der Vorlesung.