

Kapitel 4

Korrektheit der Zwischencodeerzeugung

Wolf Zimmermann

Verifikation von Übersetzern

Wolf Zimmermann

193

4.1 Einleitung

Aufgabe

Transformation des attributierten Strukturbaums in ein Zwischencodeprogramm

- Keine höheren Steuerstrukturen (außer evtl. meist parameterloser Prozeduraufrufe)
- ⇒ Nur noch bedingte und unbedingte Sprünge
- Ablaufmodell und Speicherorganisation bezieht sich auf Zielmaschine
- Adressrechnung ist explizit
- ⇒ Einbeziehung der Tabellen von Relativadressen
- ☞ Wir verwenden hier Registermaschinen

Registermaschinen

- Unbeschränkte Registerzahl
- Datentypen entsprechen denen der Zielmaschine
- Operationen entsprechen denen der Zielmaschine **aber keine konkreten Befehle**
- ⇒ Ausdrücke bleiben bis auf Funktionsaufrufe im Wesentlichen erhalten
- ⇒ Auf fast allen Prozessoren gleich

Wolf Zimmermann

195

Inhalt

Ziele

- Funktionsweise von Simulationsbeweisen
- Verifikation von Transformationsregeln
- Konzept der Übersetzungsvalidierung
- ① Einleitung
- ② Eine Grundblock-Basierte Zwischensprache
- ③ Baumersetzung
- ④ Verifikation der Zwischencodeerzeugung
- ⑤ Übersetzungsvalidierung

Wolf Zimmermann

194

Sichten auf Zwischensprache

Menge von Grundblockgraphen

- Pro Prozedur ein Grundblockgraph
- Jeder Grundblock ist eine Folge von Befehlen, deren letzter Befehl ein bedingter oder unbedingter Sprung ist
- Grundblöcke sind Sprungziele.
- Es kann nur an den Anfang eines Grundblocks gesprungen werden, danach wird **jeder** Befehl im Grundblock nacheinander ausgeführt.

Folge von Tripeln und Quadrupeln

- t_1, t_2, t_3 notieren Werte (Register)
- Auch bedingte und unbedingte Sprünge
- Sprungziele sind Marken l
- Spezialfall: an jedes Register t_i wird im Programm nur einmal zugewiesen (**Static Single Assignment**, kurz: SSA)

Wolf Zimmermann

196

Sichten auf Zwischensprache (Forts.)

Grundblock ist Folge von Quadrupeln

- Beginnt mit Marke l : ... und endet mit bedingtem oder unbedingtem Sprung
- Sonst keine Sprünge oder Sprungziele
- 1-1-Korrespondenz zwischen Quadrupelfolge und Grundblockgraph
- Statt Quadrupel können auch direkt Ausdrücke verwendet werden

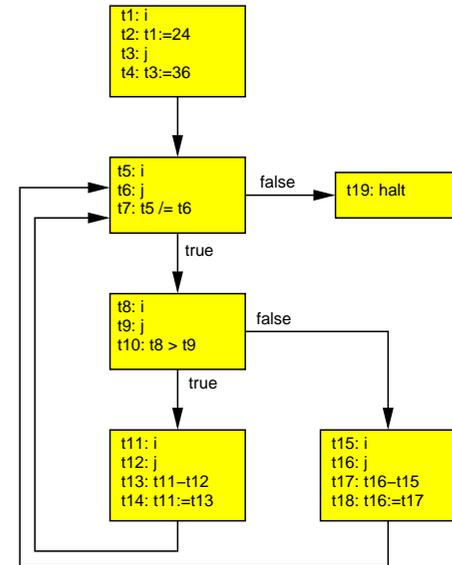
Datenflussicht

- Kante von Definition von t zu Benutzung von t (**Def-Use-Kette**)
 - Kante von Benutzung von t zu Definition von t (**Use-Def-Kette**)
- ⇒ Basis steckt bereits in Datenflusskanten
- ☞ Ggf. Verbesserung mit Datenflussanalyse

Diskussion

- Wechsel der Sicht je nach Aufgabe
 - Transformation in Zwischencode: Folge von Tripeln pro Prozedur
 - Optimierung: Grundblock- und Datenflussgraph
 - Codeerzeugung:
- ⇒ Aus Sicht der Verifikation der Zwischencodeerzeugung ist die Tripel/-Quadrupelfolge geeignet
- ⇒ Aus Sicht der Verifikation ist Codeerzeugung ist der Grundblock als Folge von Ausdrücken und Zuweisungen geeignet
- Korrektheit der anderen Sichten kann durch Programmprüfung

Beispiel 4.1: Sichten auf Zwischensprache



Grundblockgraph mit Tripelfolgen als Grundblöcken

```

l1 : t1 := ↑ i
      (t1) := 24
      t3 := ↑ j
      (t3) := 36
      goto l2
l2 : t4 := i
      t5 := j
      if t4 ≠ t5 then l3 else l4
l3 : t6 := i
      t7 := j
      if t6 > t7 then l5 else l6
l4 : halt
l5 : t8 := i
      t9 := j
      t10 := t8 - t9
      (t11) := ↑ i
      (t11) := t10
      goto l2
l6 : t12 := i
      t13 := j
      t14 := t13 - t12
      t15 := ↑ j
      (t15) := t14
      goto l2
    
```

Quadrupelliste

Aufgaben der Zwischencodegenerierung

Abbildung der Operatoren

- Quellsprachoperatoren werden auf Zielsprachoperatoren abgebildet
 - Ggf. Erzeugung automatischer Anpassungen
 - Ggf. Verwendung von Algorithmen
 - Erzeugung neuer Objekte
- ⇒ Transformation von Zuweisungen, Ausdrücken

Abbildung der Steuerstrukturen

- Abbildung auf Bedingte und unbedingte Sprünge
- Prozedur- und Funktionsaufrufe
- Prozedur- und Funktionsrückkehr
- Gehört eigentlich zu Ausdrücken
- Koroutinen und nebenläufige Prozesse

Verifikation

Simulationsbeweise, wobei ρ die Zustandspare an den Grenzen des transformierten Programmkonstrukts in Beziehung setzt.

4.2 Eine Grundblockbasierte Zwischensprache

Überblick

- Programme sind Folge von Befehlen L : BEF, wobei die Sprungmarke L nicht notwendig ist
- Es gibt Lese- und Schreibbefehle, arithmetische Befehle (aber keine Ganzzahldivision bzw. $-rest$), Sprungbefehle, Befehle zum Sichern und Wiederherstellen von Zwischenergebnissen, Befehle zur Manipulation von Keller- und Haldenzeiger sowie Unterprogrammaufruf- und Rückkehr

Zustand

- Register speichern Zwischenwerte
- Unbegrenzte Ressourcen
- Transformation ordnet jedem Ausdruck ein eindeutiges Register zu
- Speicher der DEC-Alpha samt Kellerzeiger, Haldenzeiger, UP und Statusregister
- Befehlszeiger enthält Befehlsnummer

Zustandsraum und Anfangszustand

Zustandsraum

spec STATE _{IL} extends PROG _{IL}	
sorts BYTELIST	
operations mem _α : QUAD	→ QUAD
inp _α :	→ BYTELIST
out _α :	→ BYTELIST
prog _i :	→ BEFLIST
ip :	→ INT
fpcr :	→ QUAD
val :	REGISTER → ?QUAD
UP :	→ QUAD
BP :	→ QUAD
SP :	→ QUAD
HP :	→ QUAD

Befehlszeiger
Statusregister

Anfangszustand

spec INITSTATE _{IL} extends STATE _{IL}	Beobachtung
axioms out _α ≐ []	Vor dem eigentlichen Start des Hauptprogramms muss Platz für die globalen Variablen geschaffen werden.
pc _α ≐ 0	
fpcr ≐ 0 ⁶⁴	
BP ≐ UP	
SP ≐ UP	

Zwischensprachprogramme

spec PROG _{IL} extends VALUE _α , INT			
sorts REGISTER, BEF, LOAD, LOADG, LOADA, STORE, STOREG, STOREA, INTPLUS, ...			
FLTPLUS, ... INTTOFLT, JMP, BEQ, ... SAVE, RESTORE, PUSH, POP, CALL, RETURN,			
ALLOC, BEFLIST, LABEL			
subsorts LOAD ⊆ BEF, ... , ALLOC ⊆ BEF			
operations			
mkload : LABEL × REGISTER × REGISTER	→ LOAD	Laden aus Speicher	
mkloada : LABEL × REGISTER × QUAD	→ LOADA	Laden von Adresse bzgl. BP	
mkloadg : LABEL × REGISTER × QUAD	→ LOADG	Laden von Adresse bzgl. UP	
mkstore : LABEL × REGISTER × REGISTER	→ STORE	Speichern	
mkconst : LABEL × REGISTER × QUAD	→ CONST	Laden einer Konstante	
(⊕ _I) :	→ INTPLUS	Ganzzahladdition etc.	
(⊕ _F) :	→ FLTPLUS	Gleitkommaaddition etc.	
(=I) :	→ INTEQ	Gleitkommaaddition etc.	
(=F) :	→ FLTEQ	Gleitkommaaddition etc.	
mkjmp : LABEL × LABEL	→ JMP	unbedingter Sprünge	
mkbeq : LABEL × REGISTER × LABEL ²	→ BEQ	bedingter Sprung, Vergl. mit 0 etc.	
mksave : LABEL	→ SAVE	Sichern von Zwischenwerten	
mkrestore : LABEL	→ RESTORE	Wiederherstellen von Zwischenwerten	
mkread : LABEL × REGISTER	→ READ	SP erhöhen	
mkwrite : LABEL × REGISTER	→ WRITE	SP erhöhen	
mkpush : LABEL × QUAD	→ PUSH	SP erhöhen	
mkpop : LABEL × QUAD	→ POP	SP erniedrigen	
mkcall : LABEL × REGISTER × LABEL × QUAD	→ CALL	Prozeduraufruf	
mkreturn : LABEL × REGISTER	→ RETURN	Prozedurrückkehr	
mkalloc : LABEL × REGISTER × QUAD	→ ALLOC	HP erniedrigen	
mknoreg :	→ REGISTER		
mkreg :	→ REGISTER		
mknolab :	→ LABEL		
mklabel :	→ LABEL		
getlab :	→ LABEL	Label des Befehls	
labtobef :	BEFLIST × LABEL	→ ?INT	Befehl zu Label
getbef :	BEFLIST × INT	→ LABEL	i-ter Befehl
getreg :	LOAD	→ REGISTER	

und weitere Zugriffsbefehle

Laden und Speichern

Laden vom Speicher Relativadressen bzgl. BP

Notation: $t_i := LD \times$	IP	\triangleq getbef($prog_i, ip$)
if IP is LOAD then	Reg	\triangleq getreg(IP)
val(Reg) := Read(Opd ₁)	Opd _j	\triangleq opd _j (IP), $j = 1, 2, 3$
Proceed _i	Read(l)	\triangleq wie in Kapitel 3
	Proceed	\triangleq $ip := ip + 1$

Laden von Relativadressen bzgl. UP

Notation: $t_i := LDG \times$	if IP is LOADG then
	val(Reg) := UP ⊕ _I Opd ₁
	Proceed _i

Laden von Relativadressen bzgl. BP

Notation: $t_i := LDA \ t_j$	if IP is LOADA then
	val(Reg) := BP ⊕ _I val(Opd ₁)
	Proceed _i

Speichern

Notation: $t_i := ST \ t_h, t_j$	Store(l) \triangleq wie in Kapitel 3
if IP is STORE then	
Store(Opd ₁ , val(Opd ₂))	
Proceed _i	

Arithmetische Befehle

Ganzzahloperationen

Notation: $t_i := t_j \oplus_I t_h$
 $t_i := t_j \otimes_I t_h$
 $t_i := t_j \ominus_I t_h$

if IP is INTPLUS then
 $val(Reg) := val(Opd_1) +_I val(Opd_2)$
Proceed;

Gleitkommaoperationen

Notation: $t_i := t_j \oplus_F t_h$
 $t_i := t_j \otimes_F t_h$
 $t_i := t_j \ominus_F t_h$
 $t_i := t_j \oslash_F t_h$

if IP is FLTDIV then
if $val(Opd_2) \doteq 0$ **then**
 $fpcr := LO^9 LO^{53}$
 $ip := -1$
else $val(Reg) := val(Opd_1) /_F val(Opd_2)$
Proceed;

Konversion

Notation: $t_i := INTTOFLT t_j$

if IP is INTTOFLOAT then
 $val(Reg) := convert(val(Opd_1))$
Proceed;

Sprünge

Statische Semantik

- Im Programm gibt es keine zwei Befehle mit demselben Label, d.h. jeder Zustand erfüllt $\mathfrak{A} \models getlab(getbef(prog_i, j)) \doteq getlab(getbef(prog_i, k)) \Rightarrow i \doteq j \vee getlab(getbef(prog_i, j)) \doteq nolabel$

- Jedes Label in einem Sprungbefehl muss vorhanden sein.

\Rightarrow Statische Funktion $labtobef : BEFLIST \times LABEL \rightarrow INT$

Unbedingter Sprung

Notation: $JMP L$
 $LabToBef(l)$
 $labtobef(prog_i, l)$

if IP is JMP then
 $ip := LabToBef(Opd_1)$

Bedingte Sprünge

Notation:

$BEQ t_j, L_1, L_2$	$BNE t_j, L_1, L_2$	if IP is BEQ then
$BGT t_j, L_1, L_2$	$BLT t_j, L_1, L_2$	if $val(Opd_1) \doteq 0$ then
$BGEQ t_j, L_1, L_2$	$BLEQ t_j, L_1, L_2$	$ip := LabToBef(Opd_2)$
		else $ip := LabToBef(Opd_3)$

Vergleichsoperationen

Vergleich auf ganzen Zahlen

Notation: $t_i : t_i \leq_I t_j$

Analog: $=_I, <_I$

if IP is INTLEQ then
if $val(Opd_1) \leq_I val(Opd_1) \doteq true$ **then**
 $val(Reg) := O^{63}L$
else $val(Reg) := O^{63}L$
Proceed;

Vergleich auf Gleitkommazahlen

Notation: $t_i : t_i \leq_F t_j$

Analog: $=_F, <_F$

if IP is FLTLEQ then
if $val(Opd_1) \leq_F val(Opd_1) \doteq true$ **then**
 $val(Reg) := O^{63}L$
else $val(Reg) := O^{63}L$
Proceed;

Lesen und Schreiben

Lesen

Notation: $READ t_j$

if IP is READ then
 $Store(Opd_1, head(inp_\alpha))$
 $inp_\alpha := tail(inp_\alpha)$
 $ip := ip + 1$

Schreiben

Notation: $WRITE t_j$

if IP is WRITE then
 $out_\alpha := out_\alpha ++ val(Opd_1)$
 $ip := ip + 1$

Sichern und Wiederherstellen von Zwischenwerten

Statische Semantik

- Jedes geschriebene Register wird bis zum nächsten bedingten und unbedingten Sprung gelesen
 - Zwischen dem SAVE und dem darauffolgenden RESTORE werden keine Register geschrieben
- ⇒ Alle Register mit lebendigen Werten können gesichert und wiederhergestellt werden
- ⇒ Statische Funktion $livevals : BEFLIST \times INT \rightarrow REGISTERLIST$ liefert nach Registernummern sortierte Liste

Sichern der lebendigen Register

Notation: SAVE

$LiveVals \triangleq livevals(prog_i, ip)$

$Reg(i) \triangleq get(LiveVals, i) \doteq true$

$Rel(a, j) \triangleq a +_I intoquad(j)$

$SizeLive \triangleq intoquad(length(LiveVals) * 16)$

if IP is SAVE then

forall $i : INT \bullet 0 \leq i < length(LiveVals)$ **do**

$Store(Rel(SP, 16 * i), intoquad(i))$

$Store(Rel(SP, 16 * i + 8), val(Reg(i)))$

$SP := SP +_I SizeLive$

*Proceed*_i

Wiederherstellen der lebendigen Register

Notation: RESTORE

$NewSP \triangleq SP -_I SizeLive$

if IP is RESTORE then

forall $i : INT \bullet 0 \leq i < length(LiveVals)$ **do**

$val(Reg(i)) := Read(NewSP, 16 * i + 8)$

$SP := NewSP$

*Proceed*_i

Allokieren von Speicherplatz auf der Halde

Notation: $t_i := ALLOC\ n$

if IP is ALLOC then

if $HP -_I Opd_1 < SP \doteq true$ **then**

$fpcr := LO^{63}$

$ip := -1$

else $HP := HP -_I Opd_1$

$Reg := HP -_I Opd_1$

*Proceed*_i

Manipulation des Kellerzeigers und Prozeduraufrufe

Kellerzeiger erhöhen oder erniedrigen

Statische Semantik: Das Argument ist immer größer als 0

Notationen: PUSH n bzw. POP n

if IP is PUSH then

if $SP +_I Opd_1 \geq_I HP \doteq true$ **then**

$fpcr := LO^{63}$

$ip := -1$

else $SP := SP +_I Opd_1$

*Proceed*_i

if IP is POP then

$SP := SP -_I Opd_1$

*Proceed*_i

Prozeduraufruf und -rückkehr

Idee:

- Bei Aufruf Umsetzen des Basisregistern, Sichern des alten Basisregisters und Ausführen des Unterprogramms
- Bei Rückkehr Wiederherstellen des alten Basisregisters, Funktionsergebnisse übergeben, und fortfahren mit dem nächsten Befehl.

Notationen: $t_i : CALL\ L, x$ und RET

if IP is CALL then

$BP := BP +_I Opd_2$

$Store(BP +_I Opd_2, BP)$

$Store(Rel(BP +_I Opd_2, 8), intoquad(ip))$

$ip := LabToBef(Opd_1)$

if IP is RET then

$BP := Read(BP)$

$ip := OldIP$

$val(getreg(OldIP)) := val(Opd_1)$

$ip := OldIP + 1$

$OldIP \triangleq quadtoint(Read(Rel(BP, 8)))$

4.3 Baumersetzungssysteme

Beobachtung

Die Zwischencodierung transformiert den attributierte Strukturbaum. Die Durchzuführende Aktionen hängen ab

- von Mustern der abstrakten Syntax
 - von Attributen, die in einem passenden Muster der abstrakten Syntax vorkommen (hier formalisiert durch statische Funktionen)
- ⇒ Spezifikation durch Transformationsregeln
- ☞ Hier sind die Aktionen die Ausgabe des zu erzeugenden Codes (Aufbauende Operationen, textuelle Ausgabe)

Muster

Ein **Muster** ist ein Term, der Variablen enthalten kann, z.B.

- $plus(X, Y)$ repräsentiert alle abstrakten Syntaxbäume mit Wurzel vom Typ $plus$ ist
- X und Y sind die beiden Teilbäume
- $expr$ repräsentiert alle abstrakten Syntaxbäume, deren Wurzel vom Typ $expr$ ist
- Auch alle Untertypen

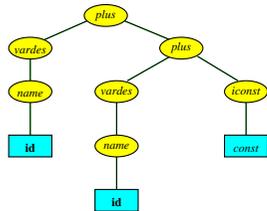
Muster und Abstrakte Syntaxbäume

Abstrakter Syntaxbaum T passt auf Muster M

- Jeder Syntaxbaum T passt auf Variable X
- Jeder Syntaxbaum T , dessen Wurzel Typ nt hat, passt auf Muster nt
- Jeder Syntaxbaum T mit Unterbäumen T_1, \dots, T_n passt auf Muster $nt(m_1, \dots, m_n)$ wenn die Wurzel von T Typ nt hat und die Kinder T_i auf Muster m_i passen, $i = 1, \dots, n$

Ein Muster m_1 ist **spezieller als** Muster m_2 gdw. jeder abstrakte Syntaxbaum T , der auf m_1 passt, auch auf m_2 passt.

Beispiel 4.1: Passende Baumuster



passt auf $expr$
 passt auf $plus(X, Y)$
 passt auf $plus(X, plus(Y, Z))$
 passt auf $plus(varden, X)$
 passt auf $plus(varden(X), plus(Y, Z))$

$plus(X, plus(Y, Z))$ ist spezieller als $plus(X, Y)$
 $plus$ ist spezieller als $expr$

Baumersetzungsregeln

Baumersetzungsregel

Eine **Baumersetzungsregel** hat die Form $\mathcal{T}[[m]] = \text{Aktionen}_1 \text{ if } \text{Bedg}_1$
 $= \text{Aktionen}_2 \text{ if } \text{Bedg}_2$
 \dots
 $= \text{Aktionen}_k \text{ if } \text{Bedg}_k$

- \mathcal{T} ist der **Name** der Transformation
- m ist ein Muster
- Aktionen_i können weitere Transformationen aufrufen und insbesondere Teile des Muster enthalten und Aufrufe statischer Funktionen enthalten
- Bedg_i sind Formeln über der Signatur der Spezifikation PROG
- Die Navigationsliste $this$ in diesen Formeln bezieht sich auf die Wurzel des Teilbaums, auf das den die Regel angewendet wird.

Anwendung einer Baumersetzungsregel

- Prüfe, ob Muster auf abstrakten Syntaxbaum passt
- Wähle erste erfüllte Bedingung
- Führe die entsprechenden Aktionen aus
- Falls Muster nicht passt oder keine der Bedingungen erfüllt ist, dann ist die Regel nicht **anwendbar**

Baumersetzungs-system

Baumersetzungs-system

Ein **Baumersetzungs-system** ist eine Menge von Baumersetzungsregeln.

Anwendung eines Baumersetzungs-system

- Finde anwendbare Regel mit speziellem Muster, das noch auf den abstrakten Syntaxbaum passt
- Aktionen wenden ggf. Baumersetzungs-system auf Unterbäume an
- Solange durchführen, bis Baumersetzungs-system nicht mehr auf Unterbäume angewendet wird oder keine Regel mehr anwendbar ist

Ziel

Baumersetzungs-system soll so konstruiert sein, dass alle Produktionen der abstrakten Syntax abgedeckt sind

- ⇒ Kein Abbruch, weil keine Regel mehr anwendbar ist
- ⇒ Zwischencode wird komplett erzeugt
- Kann an Hand der Grammatik und an Hand der Regelmenge automatisch überprüft werden
- Es dürfen aber auch komplexere verschachtelte Muster verwendet werden.
- Werkzeuge generieren Code aus Baumersetzungs-systemen
- ☞ Wir verwenden hier den Korrektheitsnachweis für Baumersetzungsregeln

4.4 Verifikation der Zwischencodeerzeugung

Vorgehen

- Aufstellen einer Transformationsregel
- Formulieren der notwendigen statischen Funktionen
- Korrektheitsnachweis durch Simulation

n - m -Simulation

Dazu muss eine Relation zwischen den Zuständen der IL-ASM \mathcal{Z} und der DEC-Alpha ASM \mathcal{D} für $C--$ definiert werden.

- val und loc existieren nicht mehr.
- pc ist durch ip ersetzt worden
- Das Zwischenprogramm $prog_i$ ist das Ergebnis der Transformation des $C--$ -Programms $prog$
- Der restliche Zustandsraum ist identisch
- Die Ausdruckswerte und die Adressen sind nun über $val : REGISTER \rightarrow QUAD$ erfasst
- ⇒ Erweiterung der Spezifikation PROG um die statische Funktionen $exprtoreg : \text{Prog} \times \text{OCC} \rightarrow ?\text{INT}$.
- Manche Auswertungen benötigen mehr als ein Register: Statische Funktion $numreg : \text{Prog} \times \text{OCC} \rightarrow ?\text{INT}$. Falls zwei Intervalle $[exprtoreg(p, o) - numreg(p, o) + 1, exprtoreg(p, o)]$ und $[exprtoreg(p, o') - numreg(p, o') + 1, exprtoreg(p, o')]$ nicht disjunkt sind, ist $o \doteq o'$

Abbildung der Befehlszeiger auf Instruction Pointer

- Der Befehlszeiger *ip* entspricht *pc* an dem ersten Befehl des Unterbaums auf dem eine Transformationsregel angewendet wurde und dem nächsten Befehl
- Statische Funktion *applytrafo* : PROG × OCC → BOOL, die angibt, ob eine Baumersetzungsregel angewendet wurde
- Statische Funktion *mappc* : OCC → ?INT, die angibt, dass aus der ersten Anweisung eines Unterbaums der *i*-te Befehl generiert wird.

Relation ρ

Sei \exists Zustand von \mathcal{Z} und \mathcal{D} Zustand von \mathcal{D} . Wir definieren $(\exists, \mathcal{D}) \in \rho$ gdw.

$$\begin{aligned} \llbracket mem_\alpha \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket mem_\alpha \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket inp_\alpha \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket inp_\alpha \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket out_\alpha \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket out_\alpha \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket fpcr \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket fpcr \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket UP \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket UP \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket BP \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket BP \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket SP \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket SP \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket HP \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket HP \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket prog \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket compile(\llbracket prog \rrbracket_{\mathcal{D}}) \rrbracket_{\mathcal{Z}} \\ \llbracket val \rrbracket_{\mathcal{D}}(o) &= \llbracket val \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket mkreg \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket exprtoreg(prog, o) \rrbracket_{\mathcal{D}})) \\ \llbracket loc \rrbracket_{\mathcal{D}}(o) &= \llbracket val \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket mkreg \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket exprtoreg(prog, o) - 1 \rrbracket_{\mathcal{D}})) \\ \llbracket pc \rrbracket_{\mathcal{D}} &= \llbracket first(occ(prog, pc)) \rrbracket_{\mathcal{Z}} \text{ für ein } o \text{ mit} \\ &\quad \llbracket applytrafo(prog, o) \rrbracket_{\mathcal{D}} \doteq true, \text{ oder} \\ \llbracket pc \rrbracket_{\mathcal{D}} &= \llbracket next(prog, pc) \rrbracket_{\mathcal{Z}} \text{ für ein solches } o \\ \llbracket mappc(prog, pc) \rrbracket_{\mathcal{D}} &= \llbracket ip \rrbracket_{\mathcal{Z}} \end{aligned}$$

Korrektheit

Lemma 4.1 (*n-m-Simulation für Variablenzugriff*)

Mit ρ , *des* und $\mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket]$ wird eine *n-m-Simulation* definiert, falls *des* nur als Zugriffspfad ausgewertet wird.

Beweis

Sei $(\exists, \mathcal{D}) \in \rho$ ein Zustand mit $\mathcal{D} \models CT \text{ is DES}$. Nach Voraussetzung gilt $\mathcal{D} \models isExpr(prog, pc) \doteq false$

1. Fall: $\mathcal{D} \models isGlobal(prog, ld) \doteq false$. Dann gilt

$$\begin{aligned} Update(\mathcal{D}) &= \{ loc(pc) := BP +_I addr(RelAddrTab, ld), pc := next(prog, pc) \} \text{ und} \\ \mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket] &= Loc(pc) := LDA addr(RelAddrTab, ld). \text{ Somit ist } Update(\exists) = \\ &\{ val(exprtoreg(prog, pc) - 1) := BP +_I addr(RelAddrTab, ld), ip := ip + 1 \} \end{aligned}$$

Damit gilt auch für die Nachfolgezustände \exists', \mathcal{D}' :

$$\begin{aligned} \llbracket loc \rrbracket_{\mathcal{D}'}(\llbracket pc \rrbracket_{\mathcal{D}'}) &= \llbracket BP \rrbracket_{\mathcal{D}'} + \llbracket addr(RelAddrTab, ld) \rrbracket_{\mathcal{D}'} \\ &= \llbracket BP \rrbracket_{\mathcal{Z}} + \llbracket addr(RelAddrTab, ld) \rrbracket_{\mathcal{Z}} \end{aligned}$$

Außerdem gilt:

$$\llbracket val \rrbracket_{\mathcal{Z}'}(\llbracket exprtoreg \rrbracket_{\mathcal{D}'}(\llbracket prog \rrbracket_{\mathcal{D}'}, \llbracket pc \rrbracket_{\mathcal{Z}'} - 1)) = \llbracket BP \rrbracket_{\mathcal{Z}'} + \llbracket addr(RelAddrTab, ld) \rrbracket_{\mathcal{Z}'} = \llbracket loc \rrbracket_{\mathcal{D}'}(\llbracket pc \rrbracket_{\mathcal{D}'})$$

Außerdem gilt $\llbracket mappc(next(prog, pc)) \rrbracket_{\mathcal{Z}'} = \llbracket ip + 1 \rrbracket_{\mathcal{D}'}$. Somit gilt auch

$$\llbracket mappc(prog, pc) \rrbracket_{\mathcal{D}'} = \llbracket ip \rrbracket_{\mathcal{Z}'}. \text{ Also gilt in diesem Fall } (\exists', \mathcal{D}') \in \rho$$

2. Fall $\mathcal{D} \models isGlobal(prog, ld) \doteq true$.

Übung

Transformationen

- $\mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket]$ berechnet Adresse des Zugriffspfads
- $\mathcal{E}[\llbracket expr \rrbracket]$ berechnet (unangepassten) Wert von Ausdrücken

Hilfsinformation zur Definition der Transformationen

- *isStatic* : PROG × OCC → BOOL gibt an, ob das Objekt auf dem Laufzeitkeller liegt

Transformation \mathcal{E}

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[\llbracket des \rrbracket] &= \mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket] && \text{if } IsAtomic(this) \wedge Pri(this) \doteq Post(this) \\ &= \mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket] && \text{if } IsAtomic(this) \\ &mkreg(Num) := LD addr(RelAddrTab, ld(this)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} IsStatic(o) &\triangleq isStatic(prog, o) \\ IsAtomic(o) &\triangleq isAtomic(Pri(o)) \\ IsGlobal(o) &\triangleq isGlobal(prog, o) \\ Val(o) &\triangleq mkreg(exprtoreg(prog, o)) \\ Loc(o) &\triangleq mkreg(exprtoreg(prog, o) - 1) \\ Num &\triangleq numregs(prog, this) \end{aligned}$$

Transformation für Variablenzugriff

$$\mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket] = \begin{aligned} &Loc(this) := LDA addr(RelAddrTab, ld(this)) && \text{if } \neg IsGlobal(this) \\ &Loc(this) := LDG addr(GlobAddrTab, ld(this)) && \text{if } IsGlobal(this) \end{aligned}$$

Verbundfeld- und Klassenzugriffe

Transformation

$$\begin{aligned} \mathcal{D}[\llbracket field(des, id) \rrbracket] &= \mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket] && \text{if } \neg IsClass(this) \\ &Aux(3) := Loc(Des(this)) \\ &Aux(2) := FieldSize(RelAddrTab, Pri(Des(this))) \\ &= \mathcal{D}[\llbracket des \rrbracket] && \\ &Aux(4) := Loc(Des(this)) \\ &Aux(3) := LD Aux(4) \\ &Aux(2) := FieldSize(RelAddrTab, Pri(Des(this))) \\ &Loc(this) := Aux(3) \oplus Aux(2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Des(o) &\triangleq des(prog, o) \\ Aux(i) &\triangleq mkreg(exprtoreg(prog, this) - i) \end{aligned}$$

Lemma 4.2 (*n-m-Simulation für Feldzugriff*)

Mit ρ , *field* und $\mathcal{D}[\llbracket field \rrbracket]$ wird eine *n-m-Simulation* definiert, falls *field* nur als Zugriffspfad ausgewertet wird.

Beweisidee

Sei $(\exists, \mathcal{D}) \in \rho$, so dass $\mathcal{D} \models pc \doteq first(prog, this)$. Falls durch $\mathcal{D}[\llbracket Des(this) \rrbracket]$ ein Zustand \exists' erreicht wird, folgt durch Induktion, dass nach *Des(this)* ein Zustand \mathcal{D}' mit $(\exists', \mathcal{D}') \in \rho$. Ausgehend von diesem Zustand beweist man dann die Korrektheit analog.

Ausdrücke

Erzeugung expliziter Anpassungen

Prinzip: Erst Ausrechnen, dann anpassen.

⇒ Transformation \mathcal{E}' , die ggf. Anpassung einführt

$$\begin{aligned} \mathcal{E}'[[expr]] &= \mathcal{E}[[expr]] && \text{if } Pri(this) \doteq Post(this) \\ &= \mathcal{E}[[expr]] \\ Val(this) &:= INTTOFLOAT Aux(Num) \end{aligned}$$

Lemma 4.3 (Korrektheit der Auswertung der Zugriffspfade)

- i. Mit ρ , Variablenzugriff des und $\mathcal{E}'[[des]]$ wird eine n - m -Simulation definiert, falls des als Ausdruck ausgewertet wird.
- ii. Mit ρ , Variablenzugriff $field$ und $\mathcal{E}'[[des]]$ wird eine n - m -Simulation definiert, falls $field$ als Ausdruck ausgewertet wird.

Beweisskizze

Es gilt $\mathcal{D} \models isExpr(prog, pc) \doteq true$

- i.
 1. **Fall** $\mathcal{D} \models Pri(pc) \doteq Post(pc)$. Dann ist $\mathcal{E}'[[des]] = Loc(pc) := LDA\ addr(RelAddrTab, Id)$; $Val(pc) := LD\ Loc(pc)$. Somit ist $Update(3) = \{ val(exptoreg(prog, pc) - 1) := BP +_I\ addr(RelAddrTab, Id), ip := ip + 1 \}$ und $Update(next_{Update} 3) = \{ val(exptoreg(prog, pc)) := Read(val(exptoreg(prog, pc)) - 1), ip := ip + 1 \}$ **Übung**
 2. **Fall:** $\mathcal{D} \models \neg Pri(pc) \doteq Post(pc)$. Dann ist $\mathcal{D} \models Pri(pc) \doteq inttype$ und $\mathcal{D} \models Post(pc) \doteq flttype$.

Übung

Ausdrucksauswertung: Division

Prinzip: Es muss eine in der Zwischensprache implementierte Hilfsfunktion aufgerufen werden.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[[div(expr_1, expr_2)]] &= \mathcal{E}'[[expr_1]] && \text{if } Pri(this) \doteq inttype \\ &= \mathcal{E}'[[expr_2]] \\ &SAVE \\ &PUSH 32 \\ &Aux(2) := LDA (SizeLive(this) +_I SizeLocals(this) + 16) \\ &Aux(1) := Aux(2) \oplus 8 \\ &ST Aux(2), Val(Lhs) \\ &ST Aux(1), Val(Rhs) \\ &Val(this) := CALL divlab, SizeLive(this) +_I SizeLocals(this) \\ &POP SizeLive(this) +_I SizeLocals(this) + 16 \\ &RESTORE \\ &= \mathcal{E}'[[expr_1]] && \text{if } Pri(this) \doteq flttype \\ &= \mathcal{E}'[[expr_2]] \\ &Val(this) := Val(Lhs) \odot_F Val(Rhs) \end{aligned}$$

$SizeLive(o) \triangleq intoquad(length(livevals(prog, this)) * 16)$

$SizeLocals(o) \triangleq FrameSize(reladd(prog, o))$

$divlab$ ist das Label, an dem die Divisionsprozedur beginnt.

Lemma 4.4 (Korrektheit der Division)

Mit ρ , Addition div und $\mathcal{E}'[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert, sofern in der Prozedur, die bei $divlab$ beginnt, die Ganzzahldivision korrekt implementiert ist.

Ausdrucksauswertung: Arithmetische Operationen

Addition

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[[plus(expr_1, expr_2)]] &= \mathcal{E}'[[expr_1]] && \text{if } Pri(this) \doteq inttype \\ &= \mathcal{E}'[[expr_2]] \\ &Val(this) := Val(Lhs) \oplus_I Val(Rhs) \\ &= \mathcal{E}'[[expr_1]] && \text{if } Pri(this) \doteq flttype \\ &= \mathcal{E}'[[expr_2]] \\ &Val(this) := Val(Lhs) \oplus_F Val(Rhs) \end{aligned}$$

$Lhs \triangleq lop(prog, this)$

$Rhs \triangleq rop(prog, this)$

Lemma 4.3 (Korrektheit der Addition)

Mit ρ , Addition $plus$ und $\mathcal{E}'[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert.

Boolesche Operatoren

Konjunktion

Prinzip: Kurzauswertung wird durch Sprung implementiert

- Statische Funktion $label : PROG \times OCC \rightarrow ?INT$, die eine Sprungmarke zuordnet
- ⇒ Die folgende Beweisverpflichtung (*) muss gelten:
 $[[labto bef]]_Z(compile([p]_D), [mklab]_D([label(p, o)]_D)) = [[mappc(p, o)]_Z]$

Transformation:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}[[and(expr_1, expr_2)]] &= \begin{array}{l} [expr_1] \\ BEQ Val(Lhs), Lab(Lhs), Lab(Rhs) \\ Val(this) := 0 \\ JMP Lab(Nxt(this)) \end{array} \\ Lab(Lhs) : & Val(this) := 0 \\ & JMP Lab(Nxt(this)) \\ Lab(Rhs) : & [expr_2] \\ & Aux(1) := 0 \\ & Val(this) := Val(Rhs) \oplus_I Aux(1) \\ & JMP Lab(Nxt(this)) \end{array}$$

Makros: $Lab(o) \triangleq mklab(label(prog, o))$

$Nxt(o) \triangleq next(prog, o)$

Lemma 4.4 (Korrektheit der Konjunktion)

Mit ρ , Konjunktion and und $\mathcal{E}'[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert, sofern die obige Beweisverpflichtung erfüllt ist.

Einführung von Sprüngen in Anweisungen

Grundidee

Man erzeugt zunächst die Sprungmarken für die Sprungziele (d.h. auf den Anfang von Grundblöcken) und unbedingte Sprünge am Ende der Grundblöcke

⇒ Transformation S' ohne Erzeugung von Sprungmarken und abschließenden Sprung und Transformation S mit abschließendem Sprung

⇒ Weitere statische Funktionen:

$bbBegin$: PROG \times OCC \rightarrow ?BOOL Grundblockanfang
 $bbEnd$: PROG \times OCC \rightarrow ?BOOL Grundblockende
 $target$: PROG \times OCC \rightarrow ?INT Sprungziel

⇒ Damit die Sprungstruktur korrekt abgebildet wird, muss gelten

$\mathcal{D} \models bbBegin(p, next(p, o)) \doteq bbEnd(p, o)$
 $\mathcal{D} \models bbEnd(p, o) \doteq true \Rightarrow target(p, o) \doteq label(p, next(p, o))$

Transformation

$S[[stat]] = S'[[stat]]$ if $\neg BBBegin(this) \wedge \neg BBEnd(this)$
 $= Lab(this) : S'[[stat]]$ if $BBBegin(this) \wedge \neg BBEnd(this)$
 $= S'[[stat]]$ if $\neg BBBegin(this) \wedge BBEnd(this)$
 $JMP Target(this)$
 $= Lab(this) : S'[[stat]]$ if $BBBegin(this) \wedge BBEnd(this)$
 $JMP Target(this)$

Makros: $BBBegin(o) \triangleq bbBegin(prog, o)$
 $BBEnd(o) \triangleq bbEnd(prog, o)$
 $Target(o) \triangleq mklab(target(prog, o))$

Transformation für Zuweisung

$S'[[assign(des, expr)]] = \mathcal{D}[[des]]$ if $isAtomic(this.0)$
 $\mathcal{E}'[[expr]]$
 $ST Loc(this), Val(this)$
 $= \mathcal{D}[[des]]$ if $IsStruct(Pri(this))$
 $\mathcal{D}[[expr]]$
 $\mathcal{A}[[Fields(Pri(this.0))]] Loc(Strct(this.0)) Loc(Field(this.0)) FirstReg(this.0)$

Makros: $NumReg(o) \triangleq numreg(prog, o)$
 $Strct(o) \triangleq strct(prog, o)$
 $DefTab(o) \triangleq deftab(prog, o)$
 $Def(o, x) \triangleq identifyDef(DefTab(o), x)$
 $IsStruct(x) \triangleq isStruct(Def((), x))$
 $Fields(x) \triangleq getFields(Def((), x))$
 $FirstReg(o) \triangleq exprotreg(prog, this.0) - NumReg(this) + 1$
 $Fldld(o) \triangleq fldld(prog, o)$

Transformation für Feldweises Kopieren:

$\mathcal{A}[[field]] d e n = mkreg(n) := reladdr(RelAddrTab(this), Fldld(this))$
 $mkreg(n+1) := d +_I mkreg(n)$
 $mkreg(n+2) := e +_I mkreg(n)$
 $mkreg(n+3) := LD mkreg(n+2)$
 $ST mkreg(n+1), mkreg(n+3)$
 $= mkreg(n) := reladdr(RelAddrTab, Fldld(this))$
 $mkreg(n+1) := d +_I mkreg(n)$
 $mkreg(n+2) := e +_I mkreg(n)$
 $\mathcal{A}[[Fields(Type(this.0))]] mkreg(n+1) mkreg(n+2) n+3$
 $\mathcal{A}[[fields(field)]] d e n = \mathcal{A}[[field]] d e n$
 $\mathcal{A}[[fields_1(fields_2, field)]] d e n = \mathcal{A}[[fields_2]] d e n$
 $\mathcal{A}[[field]] d e n + NumRegs(this.0)$

if $isAtomic(Ty$

Anweisungsfolgen

Leere Anweisungsfolge

$S'[[nostat]] =$

Nicht-Leere Anweisungsfolge

$S[[stats]_1(stats_2, stat) = S[[stats_2]]$
 $S[[stat]]$

Lemma 4.5 (Korrektheit der Anweisungsfolgen)

Sei \mathcal{D} ein Zustand der DEC-Alpha-Semantik \mathcal{D} , so dass für alle Programme p und alle o mit $\mathcal{D} \models o$ **is STATS** eine der beiden folgenden Eigenschaften erfüllt ist: $\mathcal{D} \models occ(p, o.0) \doteq mknostat$

$\mathcal{D} \models bbBegin(p, occ(p, o.1)) \doteq bbEnd(p, occ(p, o.0.1))$

Dann erfüllt die Transformation S zusammen mit ρ für Anweisungsfolgen die Bedingungen der n - m -Simulation

Korrektheit der Zuweisung

Lemma 4.6 (Korrektheit der Zuweisung)

Mit ρ , Zuweisung $assign$ und $S[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert.

Beweisidee

- Fallunterscheidung, ob Zuweisung am Ende eines Grundblock ist und damit ein Sprung generiert wird oder nicht.
 ⇒ Zeigt, dass an den Zuständen \mathcal{D}' bzw. \mathcal{Z}' nach einer Zuweisung $assign$ bzw. nach $[[assign]]$ die Eigenschaft für die Befehlszeiger erfüllt ist, d.h. $[[mappc(prog, pc)]]_{\mathcal{D}'} = [[ip]]_{\mathcal{Z}'}$

⇒ Jetzt muss noch $[[mem_\alpha]]_{\mathcal{Z}'} = [[mem_\alpha]]_{\mathcal{D}'}$ gezeigt werden.

- Für atomare Werte kann das direkt gezeigt werden.
- Für Verbundkopien wird das durch Induktion gezeigt:
 - Wegen der statischen Semantik kommt man auf jeden Fall in einen Verbund, der nur noch Felder mit atomaren Werten enthält
 - Korrektheit für atomare Werte kann direkt gezeigt werden
 - Korrektheit für nichtatomare Felder folgt per Induktion
 ⇒ Verbundobjekt ist kopiert, wenn die Verbundfelder sich nicht überlappen
 - Letzteres ist wegen der statischen Semantik erfüllt.

Leseanweisung

$$S' \llbracket \text{mkread}(des) \rrbracket = \mathcal{D} \llbracket des \rrbracket \\ \text{READ } Opd_1$$

Schreibebezeichnung

$$S' \llbracket \text{mkwrite}(expr) \rrbracket = \mathcal{E} \llbracket expr \rrbracket \\ \text{WRITE } val(Opd_1)$$

Lemma 4.7 (Korrektheit der Lese- und Schreibbezeichnung)

- i. Mit ρ , der Lesebezeichnung *read* und $\mathcal{S}[\cdot]$ wird eine n - m -Simulation definiert.
- ii. Mit ρ , der Schreibbezeichnung *write* und $\mathcal{S}[\cdot]$ wird eine n - m -Simulation definiert.

Korrektheit der Verzweigung

Lemma 4.8 (Korrektheit der Verzweigung)

Mit ρ , der Verzweigungsbezeichnung *if* und $\mathcal{S}[\cdot]$ wird eine n - m -Simulation definiert, sofern die Bedingungen der statischen Semantik erfüllt sind.

Beweisidee

- Induktives Argument für *expr*
 - Direkter Simulationsnachweis für Zustandsübergänge von IF und bedingtem Sprung
 - Wegen Bedingungen der statischen Semantik ist $\mathcal{S} \llbracket stat_i \rrbracket = S' \llbracket stat_i \rrbracket$; $\text{JMP } Target(next(p, o))$
- ⇒ Induktives Argument gefolgt von Zustandsübergang durch Sprung

Verzweigung

Transformation

Statische Semantik: Für alle Programme p und Navigationslisten o mit

$$\mathcal{D} \models occ(p, o) \text{ is IF gilt: } \mathcal{D} \models bbBegin(p, yes(p, o)) \\ \mathcal{D} \models bbBegin(p, no(p, o)) \\ \mathcal{D} \models bbBegin(p, next(p, o)) \\ \mathcal{D} \models bbEnd(p, o.1) \\ \mathcal{D} \models bbEnd(p, o.2)$$

Transformation:

$$S' \llbracket \text{if}(expr, stat_1, stat_2) \rrbracket = \mathcal{E}' \llbracket expr \rrbracket \\ \text{BNE } val(Opd_1), Lab(Yes(this)), Lab(No(this)) \\ \mathcal{S} \llbracket stat_1 \rrbracket \\ \mathcal{S} \llbracket stat_2 \rrbracket$$

$$\text{Makros: } Yes(o) \triangleq yes(prog, o) \\ No(o) \triangleq no(prog, o)$$

Schleifen

Statische Semantik: Für alle Programme p und Navigationslisten o mit $\mathcal{D} \models occ(p, o)$ is

$$\text{WHILE gilt: } \mathcal{D} \models bbBegin(p, yes(p, o)) \\ \mathcal{D} \models bbBegin(p, no(p, o)) \\ \mathcal{D} \models bbBegin(p, first(p, o)) \\ \mathcal{D} \models bbEnd(p, o)$$

Transformation:

$$S \llbracket \text{while}(expr, stat, _) \rrbracket = Lab(Yes(this)) : \mathcal{S} \llbracket stat \rrbracket \\ Lab(this) : \mathcal{E} \llbracket expr \rrbracket \\ \text{BNE } val(Opd_1), Lab(Yes(this)), Lab(No(this))$$

Lemma 4.9 (Korrektheit der Schleife)

Mit ρ , der Schleifenbezeichnung *while* und $\mathcal{S}[\cdot]$ wird eine n - m -Simulation definiert, sofern die Bedingungen der statischen Semantik erfüllt sind.

Beweisidee

- Aus statischer Semantik folgt $\llbracket \text{mappc}(prog, first(prog, o)) \rrbracket_Z = \llbracket \text{labto bef} \rrbracket_I(\text{compile}(\llbracket prog \rrbracket_Z), \llbracket Lab(o) \rrbracket_Z)$
- Induktives Argument für *expr*
- Direkte Simulation für WHILE-Anweisung und BNE-Befehl
- Fallunterscheidung über Ausgang der Bedingung
- Bei *false* ist alles erledigt
- Bei *true* Induktives Argument gefolgt vom Zustandsübergang durch Sprung

Schleifenabbruch

Statische Semantik: Für alle Programme p und Navigationslisten o mit $\mathcal{D} \models occ(o, p) \in \text{BREAK}$ gilt: $\mathcal{D} \models target(p, o) \doteq label(break(p, o))$

Transformation: $S'[[break]] = \text{JMP } target(prog, this)$

Schleifenfortsetzung

Statische Semantik: Für alle Programme p und Navigationslisten o mit $\mathcal{D} \models occ(o, p) \in \text{CONTINUE}$ gilt: $\mathcal{D} \models target(p, o) \doteq label(continue(p, o))$

Transformation: $S'[[continue]] = \text{JMP } target(prog, this)$

Lemma 4.10 (Korrektheit des Break- und Continue-Anweisung)

- i. Mit ρ , dem Schleifenabbruch $break$ und $S[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert, sofern die Bedingungen der statischen Semantik erfüllt sind.
- ii. Mit ρ , der Schleifenfortsetzung $continue$ und $S[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert, sofern die Bedingungen der statischen Semantik erfüllt sind.

Beweisidee

Direkte Simulation

Erzeugen von Objekten

Transformation und Makros

Transformation:

$\mathcal{E}'[[new(type)]] = Loc(this) := \text{ALLOC } FieldsSize(this)$

Makro: $FieldsSize(o) \triangleq FrameSize(reladdr(prog, o.0))$

Lemma 4.12 (Korrektheit der Objekterzeugung)

Mit ρ , der Objekterzeugung new und $\mathcal{E}'[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert.

Beweis

Direkte Simulation

Transformation

$$S'[[block(decls, stats)]] \triangleq \begin{array}{l} \text{PUSH } SizeLocals(this) \\ S[[stats]] \\ \text{POP } SizeLocals(this) \end{array}$$

Lemma 4.11 (Korrektheit des Blocks)

Mit ρ , der Blockanweisung $block$ und $S[[\cdot]]$ wird eine n - m -Simulation definiert.

Beweisidee

- Direkte Simulation für BLOCK-Anweisung bei Betreten
- Induktives Argument für stats
- Direkte Simulation für BLOCK-Anweisung bei Verlassen

Prozeduraufruf

Statische Semantik

- Jeder Rumpf einer Prozedur im Programm ist ein Grundblockanfang, d.h. falls $\mathcal{D} \models occ(p, o) \text{ is } PROCDECL$ gilt: $\mathcal{D} \models bbBegin(p, o.3)$ und hat damit ein Label.
 - Jedem Argument in einem Prozeduraufruf ist eine Relativadresse $paraddr : \text{PROG} \times \text{OCC} \rightarrow ?\text{INT}$ des entsprechenden Parameters der Prozedur zugeordnet, sowie die Größe $savesize : \text{PROG} \times \text{OCC} \rightarrow ?\text{INT}$ der zu sichernden Ausdruckszwischenergebnisse gegeben. Außerdem gilt $\mathcal{D} \models numregs(p, o) \doteq 4$ für alle p, o mit $\mathcal{D} \models occ(p, o) \text{ is } ARGS$ (außer $\mathcal{D} \models occ(p, o) \text{ is } NOARGS$)
 - Jeder Prozeduraufruf enthält ein Rückgaberegister der aufgerufenen Prozedur $retreg : \text{PROG} \times \text{OCC} \rightarrow ?\text{INT}$. Dieses Rückgaberegister ist allen Ausdrücken bei den Rückgabeanweisungen zugeordnet.
- ⇒ Beweisverpflichtungen für alle p, o mit $\mathcal{D} \models occ(p, o) \text{ is } CALL$:
- $$\begin{array}{l} \mathcal{D} \models savesize(p, arg(p, o, i)) \doteq length(exprproc(pc)) * 16 + FrameSize(reladdr(p, o)) \\ \mathcal{D} \models paraddr(p, arg(p, o, i)) \doteq addr(Proc(p, o), get(pars(Proc(p, o), i))) \\ \mathcal{D} \models occ(p, o') \text{ is } RETURN \wedge InBody(Proc(p, o), o') \Rightarrow retreg(p, o) \doteq exprtoreg(p, o') \end{array}$$

Makro

$$\begin{array}{l} Proc(o, i) \triangleq identifyDef(DefTab(p, o), id(p, o.0)) \\ inBody(def, o) \triangleq isPrefix(body(def), o') \end{array}$$

Prozeduraufruf

Transformation

$$\begin{aligned}
 S'[\text{call}(\text{id}, \text{args})] &= \text{SAVE} \\
 &\quad \text{PUSH ParsSize}(this) \\
 &\quad \mathcal{E}[\text{args}] \\
 &\quad \text{Val}(this) : \text{CALL ProcLab}(this), \text{SaveSize}(this) \\
 &\quad \text{POP ParsSize}(this) \\
 &\quad \text{RESTORE} \\
 \mathcal{E}[\text{noargs}] &= \\
 \mathcal{E}[\text{args}_1(\text{args}_2, \text{expr})] &= \mathcal{E}[\text{args}_2] \quad \text{if } isAtomic(this) \\
 &\quad \text{Aux}(3) := \text{SaveSize}(this) \\
 &\quad \text{Aux}(2) := \text{ParAddr}(this) \\
 &\quad \text{Aux}(1) := \text{Aux}(3) \oplus_i \text{Aux}(2) \\
 &\quad \text{Aux}(0) := \text{LDA Aux}(1) \\
 &\quad \mathcal{E}'[\text{expr}] \\
 &\quad \text{ST, Aux}(0), \text{Val}(this.0) \\
 &= \mathcal{E}[\text{args}_2] \quad \text{if } isStruct(Pri(this.1)) \\
 &\quad \mathcal{D}[\text{expr}] \\
 &\quad \text{Aux}(3) := \text{SaveSize}(this) \\
 &\quad \text{Aux}(2) := \text{ParAddr}(this) \\
 &\quad \text{Aux}(1) := \text{Aux}(3) \oplus_i \text{Aux}(2) \\
 &\quad \text{Aux}(0) := \text{LDA Aux}(1) \\
 &\quad \mathcal{A}[\text{Fields}(Pri(this.1))] \text{ Aux}(0) \text{ Loc}(\text{Field}(this.1)) \text{ FirstReg}(this.1)
 \end{aligned}$$

Makros: $\text{ProcLab}(this) \triangleq \text{Lab}(\text{body}(\text{proc}(\text{prog}, this)))$
 $\text{SaveSize}(o) \triangleq \text{inttoquad}(\text{savesize}(\text{prog}, o))$
 $\text{ParAddr}(o) \triangleq \text{inttoquad}(\text{paraddr}(\text{prog}, o))$

Prozedur- und Funktionsrückkehr

Transformation:

$$\begin{aligned}
 S[\text{return}] &= \text{RET} \\
 S[\text{return}(\text{expr})] &= \mathcal{E}[\text{expr}] \quad \text{if } isAtomic(this) \\
 &\quad \text{Aux}(1) := O^{64} \\
 &\quad \text{Val}(this) := \text{Val}(this.0) \oplus_i O^{64} \\
 &\quad \text{RET} \\
 &= \mathcal{D}[\text{expr}] \quad \text{if } isStruct(Pri(this.0)) \\
 &\quad \text{Aux}(1) := O^{64} \\
 &\quad \text{Val}(this) := \text{Loc}(this.0) \oplus_i O^{64} \\
 &\quad \text{RET} \\
 \mathcal{P}[\text{procdecl}(\text{type}, \text{id}, \text{pars}, \text{stat})] &= \mathcal{S}[\text{stat}] \\
 &\quad \text{RET}
 \end{aligned}$$

Lemma 4.13 (Korrektheit der Prozedur- bzw. und Funktionsrückkehr)

Mit ρ , dem Prozedur- bzw. Funktionsaufruf *call*, der Transformation $S[\cdot]$ bzw. $\mathcal{E}[\cdot]$, der Transformation $\mathcal{P}[\cdot]$ der aufgerufenen Prozedur bzw. Funktion sowie *return* und der Transformation \mathcal{S} wird eine n - m -Simulation definiert, sofern die Bedingungen der statischen Semantik erfüllt sind.

Beweisidee

Direkte Simulation ab dem RET-Befehl und ab dem Befehl nach dem aufrufenden CALL-Befehl

Funktionsaufruf

Transformation

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}[\text{call}(\text{id}, \text{args})] &= \text{SAVE} \quad \text{if } isAtomic(this) \\
 &\quad \text{PUSH ParsSize}(this) \\
 &\quad \mathcal{E}[\text{args}] \\
 &\quad \text{Val}(this) : \text{CALL ProcLab}(this), \text{SaveSize}(this) \\
 &\quad \text{POP ParsSize}(this) \\
 &\quad \text{RESTORE} \\
 &\quad \text{Aux}(1) := O^{64} \\
 &\quad \text{Val}(this) := \text{RetReg}(this) \oplus \text{Aux}(1) \\
 &= \text{SAVE} \quad \text{if } isStruct(Pri(this)) \\
 &\quad \text{PUSH ParsSize}(this) \\
 &\quad \mathcal{E}[\text{args}] \\
 &\quad \text{Val}(this) : \text{CALL ProcLab}(this), \text{SaveSize}(this) \\
 &\quad \text{RESTORE} \\
 &\quad \text{POP ParsSize}(this) \\
 &\quad \mathcal{A}[\text{Fields}(Pri(this))] \text{ Val}(this) \text{ RetReg}(this) \text{ FirstReg}(this)
 \end{aligned}$$

Makros: $\text{RetReg}(this) \triangleq \text{mkreg}(\text{retreg}(\text{prog}, this))$

Lemma 4.13 (Korrektheit des Prozeduraufrufs und Funktionsaufrufs)

Mit ρ , dem Prozedur- bzw. Funktionsaufruf *call* und der Transformation $S[\cdot]$ bzw. $\mathcal{E}[\cdot]$ wird eine n - m -Simulation definiert, sofern die Bedingungen der statischen Semantik erfüllt sind.

Beweisidee

Direkte Simulation bis zum CALL-Befehl

Programme

Statische Semantik

Der Block des Programms p bekommt ein Label, d.h. es gilt $\mathcal{D} \models \text{bbBlock}(\text{first}(p, 1)) \doteq \text{true}$ und das Programm bekommt ein Register zugeordnet, d.h. $\mathcal{D} \models \text{D}(\text{exproreg}(p, ()))$ und $\mathcal{D} \models \text{numregs}(p, ()) \doteq 1$

Transformation

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}[\text{prog}(\text{decls}, \text{block})] &= \text{PUSH SizeGlobals} \\
 &\quad \text{Val}(this : \text{CALL Lab}(\text{first}(\text{prog}, 1))) \\
 &\quad \mathcal{S}[\text{block}] \\
 &\quad \mathcal{P}[\text{decls}] \\
 &\quad \text{Korrekte Funktionen für Division und Rest} \\
 \mathcal{P}[\text{nodecls}] &= \\
 \mathcal{P}[\text{decls}_1(\text{decls}_2, \text{decl})] &= \mathcal{P}[\text{decls}_2] \\
 &\quad \mathcal{P}[\text{decl}] \\
 \mathcal{P}[\text{vardecl}] &= \\
 \mathcal{P}[\text{classdecl}] &=
 \end{aligned}$$

Lemma 4.14 (Korrektheit des Initialzustands)

Sei \mathfrak{J} der Zustand nach der Ausführung des CALL-Befehls ausgehend von einem Initialzustand \mathfrak{J}_Z der IL-Semantik \mathcal{Z} . Dann gibt es einen Initialzustand \mathfrak{J} der DEC-Alpha-Semantik \mathcal{D} von C-- mit $(\mathfrak{J}, \mathfrak{J}) \in \rho$

Beweisidee

Konstruktion von \mathfrak{J} aus \mathfrak{J} gemäß ρ und zeigen, dass \mathfrak{J} eine INITSTATE_α -Algebra ist.

Zusammenfassung

Anforderung 4.15 (Statische Funktionen)

Sei p ein C--Programm und $p' = \text{compile}(p)$ das in IL übersetzte Programm. Dann müssen folgende Eigenschaften erfüllt sein:

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &\models \text{exprtoreg}(p, o) \leq_l \text{exprtoreg}(p, o') \wedge \text{exprtoreg}(p, o) > \text{exprtoreg}(p, o') - \text{numreg}(p, o') \\ &\quad \Rightarrow o = o' \\ \mathcal{D} &\models \text{bbBegin}(p, \text{next}(p, o)) \doteq \text{bbEnd}(p, o) \\ \mathcal{D} &\models \text{bbEnd}(p, o) \doteq \text{true} \Rightarrow \text{target}(p, o) \doteq \text{label}(p, \text{next}(p, o)) \\ \mathcal{D} &\models o \text{ is STATS} \Rightarrow \text{occ}(p, o.0) \doteq \text{mknostat} \vee \text{bbBegin}(p, \text{occ}(p, o.1)) \doteq \text{bbEnd}(p, \text{occ}(p, o.0.1)) \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is IF} \Rightarrow \text{bbBegin}(p, \text{yes}(p, o)) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is IF} \Rightarrow \text{bbBegin}(p, \text{no}(p, o)) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is IF} \Rightarrow \text{bbBegin}(p, \text{next}(p, o)) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is IF} \Rightarrow \text{bbEnd}(p, o.1) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is IF} \Rightarrow \text{bbEnd}(p, o.2) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is WHILE} \Rightarrow \text{bbEnd}(p, o.2) \doteq \text{bbBegin}(p, \text{yes}(p, o)) \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is WHILE} \Rightarrow \text{bbBegin}(p, \text{no}(p, o)) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is WHILE} \Rightarrow \text{bbBegin}(p, \text{first}(p, o)) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is WHILE} \Rightarrow \text{bbEnd}(p, o) \doteq \text{true} \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is BREAK} \Rightarrow \text{target}(p, o) \doteq \text{label}(\text{break}(p, o)) \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is CONTINUE} \Rightarrow \text{target}(p, o) \doteq \text{label}(\text{continue}(p, o)) \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is PROCDECL} \Rightarrow \text{bbBegin}(p, o.3) \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is CALL} \\ &\quad \Rightarrow \text{savesize}(p, \text{arg}(p, o, i)) \doteq \text{length}(\text{exprproc}(pc)) * 16 + \text{FrameSize}(\text{reladdr}(p, o)) \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is CALL} \\ &\quad \Rightarrow \text{paraddr}(p, \text{arg}(p, o, i)) \doteq \text{addr}(\text{Proc}(p, o), \text{get}(\text{pars}(\text{Proc}(p, o), i))) \\ \mathcal{D} &\models \text{occ}(p, o) \text{ is CALL} \\ &\quad \Rightarrow \text{occ}(p, o') \text{ is RETURN} \wedge \text{InBody}(\text{Proc}(p, o), o') \Rightarrow \text{retreg}(p, o) \doteq \text{exprtoreg}(p, o') \\ \exists &\models \text{getlab}(\text{getbef}(p', i)) \doteq \text{getlab}(\text{getbef}(p', j)) \wedge \neg \text{getlab}(\text{getbef}(p', i)) \doteq \text{mknolabel} \Rightarrow i \doteq j \\ &\quad \llbracket \text{labto bef} \rrbracket_Z(p', \llbracket \text{mklab} \rrbracket_D(\llbracket \text{label}(p, o) \rrbracket_D)) = \llbracket \text{mappc}(p, o) \rrbracket_Z \end{aligned}$$

4.5 Übersetzungsvalidierung

Beobachtungen

- Für die Korrektheit müssen die Anforderungen 3.2 und 4.15 nachgewiesen werden
- Außerdem muss nachgewiesen werden, dass ein Übersetzer tatsächlich die Transformation \mathcal{T} angewendet hat.

Lösungsmöglichkeiten

- Verifikation der Zwischencodgenerierung und der dazugehörigen Attributierung
- Programmprüfung

Fakt

Erste Alternative ist praktisch nicht durchführbar!

Zusammenfassung

Satz 4.16 (Korrektheit der Übersetzung)

Sei \mathcal{D} die DEC-Alpha Semantik für C--, \mathcal{Z} die Semantik für die Zwischensprache IL und für die Zustände $\exists \in \mathbb{Z}$, $\mathcal{D} \in \mathbb{D}$ gelte: $(\exists, \mathcal{D}) \in \rho$ gdw.

$$\begin{aligned} \llbracket \text{mem}_\alpha \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{mem}_\alpha \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{inp}_\alpha \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{inp}_\alpha \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{out}_\alpha \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{out}_\alpha \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{fpccr} \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{fpccr} \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{UP} \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{UP} \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{BP} \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{BP} \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{SP} \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{SP} \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{HP} \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \llbracket \text{HP} \rrbracket_{\mathcal{D}} \\ \llbracket \text{prog}_i \rrbracket_{\mathcal{Z}} &= \text{compile}(\llbracket \text{prog} \rrbracket_{\mathcal{D}}) \\ \llbracket \text{val} \rrbracket_{\mathcal{D}}(o) &= \llbracket \text{val} \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket \text{mkreg} \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket \text{exprtoreg}(prog, o) \rrbracket_{\mathcal{D}})) \\ \llbracket \text{loc} \rrbracket_{\mathcal{D}}(o) &= \llbracket \text{val} \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket \text{mkreg} \rrbracket_{\mathcal{Z}}(\llbracket \text{exprtoreg}(prog, o) - 1 \rrbracket_{\mathcal{D}})) \\ \llbracket \text{pc} \rrbracket_{\mathcal{D}} &= \llbracket \text{first}(\text{occ}(prog, pc)) \rrbracket_{\mathcal{Z}} \text{ für ein } o \text{ mit} \\ &\quad \llbracket \text{applytrafo}(prog, o) \rrbracket_{\mathcal{D}} \doteq \text{true}, \text{ oder} \\ \llbracket \text{pc} \rrbracket_{\mathcal{D}} &= \llbracket \text{next}(prog, pc) \rrbracket_{\mathcal{Z}} \text{ für ein solches } o \\ \llbracket \text{mappc}(prog, pc) \rrbracket_{\mathcal{D}} &= \llbracket ip \rrbracket_{\mathcal{Z}} \end{aligned}$$

Desweiteren sei Ω' die Signatur der beobachtbaren Zustände und $\alpha_Z : \text{Alg}(\Sigma_Z) \rightarrow \text{Alg}(\Omega')_Z$ mit $\alpha(\exists) \triangleq \exists'_{\Omega'}$ sowie $\alpha_D : \text{Alg}(\Sigma_D) \rightarrow \text{Alg}(\Omega')_Z$ mit $\alpha(\mathcal{D}) \triangleq \mathcal{D}'_{\Omega'}$ die Abbildungen zu den beobachtbaren Zuständen. Falls die Bedingungen in Anforderung 4.15 erfüllt sind, ist ρ eine n - m -Simulation

Korollar 4.17 (Korrektheit der Übersetzung)

Für jedes C--Programm p gilt: $\mathcal{T}\llbracket p \rrbracket$ ist korrekte Übersetzung von p , sofern Anforderung 3.2 und die Anforderungen 4.15 erfüllt sind.

Beweis: Folgt aus Satz 4.16, Satz 3.22, Satz 1.3 und Satz 1.2

Programmprüfung

Beobachtungen

- Die Eigenschaften aus Anforderung 3.2 und bis auf die letzten beiden Eigenschaften in Anforderung 4.15 können alle an Hand des attributierten Strukturbaums überprüft werden.
 - Im Wesentlichen müssen bestimmte Attribute, die nur der Übersetzer benötigt, auf Gleichheit geprüft werden.
 - Die Eigenschaft $\exists \models \text{getlab}(\text{getbef}(p', i)) \doteq \text{getlab}(\text{getbef}(p', j)) \wedge \neg \text{getlab}(\text{getbef}(p', i)) \doteq \text{mknolabel} \Rightarrow i \doteq j$ kann ausschließlich an Hand des übersetzten Programms überprüft werden
 - Die Eigenschaft $\llbracket \text{labto bef} \rrbracket_Z(p', \llbracket \text{mklab} \rrbracket_D(\llbracket \text{label}(p, o) \rrbracket_D)) = \llbracket \text{mappc}(p, o) \rrbracket_Z$ kann unter Kenntnis des Quellprogramms p und des entsprechenden Zielprogramms p' überprüft werden
- ⇒ Implementierung eines verifizierten Programmprüfers, der als Eingaben das Quellprogramm p und dessen Übersetzung p' bekommt

Diskussion

Beobachtung

Mit Programmprüfung können die Voraussetzungen von Korollar 4.17 überprüft werden

Problem

Der Übersetzer könnte dem Programmprüfer einen falschen attribuierten Strukturbaum mit einem falschen IL-Programm übergeben, damit der Programmprüfer die Übersetzung akzeptiert

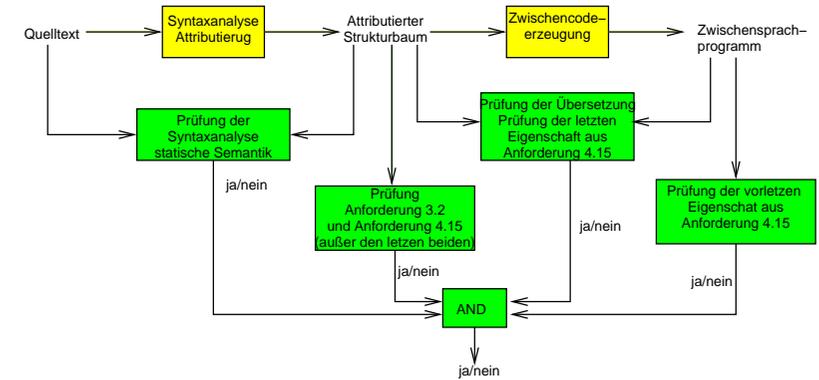
Lösung

- Ein anderer verifizierter Programmprüfer überprüft, ob der attribuierte Strukturbaum dem Quelltext entspricht
- Ein weiterer verifizierter Programmprüfer überprüft, ob das Zielprogramm tatsächlich eine Übersetzung des Quellprogramms ist

Überprüfung auf korrekte Übersetzung

- Annotation des attribuierten Strukturbaums mit der angewendeten Regel
 - Traversierung und Erzeugung des entsprechenden Codes
- ⇒ Nur wenn dieser Code identisch mit dem vom Compiler gelieferten Code ist, wird die Übersetzung akzeptiert
- ☞ Auch Vergleich der Menge von Grundblockgraphen auf Isomorphie genügt.

Übersetzungsvalidierung



- Die grünen Funktionen müssen verifiziert werden.
- ⇒ Zusammen mit Korollar 4.17 erhält man einen verifizierenden Übersetzer von C-- nach IL, d.h. falls die Programmprüfung die Übersetzung akzeptiert, ist sie korrekt.