Kapitel 3
Korrektheit der Speicherabbildung

Wolf Zimmermann

Verifikation von Übersetzern

Inhalt

Ziele

- Kennenlernen der allgemeinen Vorgehensweise bei Transformation des Zustandsraums
- Korrektheitsnachweis der Speicherabbildung
- Bewusstsein für das Zusammenwirken mit der statischen Semantik

3.1 Einleitung

Vorgehen

- Zuordnung einer Semantik auf Basis des Speicherzustandsraums (Zustandsraum bis auf Befehlszeiger) der Zielmaschine
- Nachweis einer eingeschränkten 1-1-Simulation

Speicherzustandsraum der Dec-Alpha

- 64-Bit adressierter Byte-orientierter Speicher
- ☞ Ausrichtung 4 bei Wörtern
- Register R30 ist Kellerzeiger
- Register R29 ist Basisregister
- Statusregister für Ausnahmen

Partitionierung des Speichers (Aufgabe des Betriebssystem)

- Geschützter Bereich, der das Programm enthält
- Keller wächst von niedrigen zu hohen Adressen
- Halde wächst von hohen zu niedrigen Adressen
- Auswahl eines Registers (z.B R14) als Haldenzeiger, das bei Unterprogrammaufruf nicht zerstört wird.
- ⇒ Speicherüberlauf, wenn Anforderung zur Überlappung von Speicher und Halde führen würde

Bytes und Wörter

- Bytes sind Folgen von 8 Bits
- Wörter sind Folgen von 64-Bits
- Wörter können als ganze Zahlen $-2^{63} \leq z \leq 2^{63}-1$ interpretiert werden
- Wörter können als Gleitkommazahlen doppelter Genauigkeit interpretiert werden
- Dies sind auch Adressen
- Bytes müssen zu Wörtern zusammengesetzt werden können

spec VALUE_Q **extends** INT, FLOAT
sorts BIT, $\mathrm{BITSEQ}_i, i = 1,\ldots,64$
operations

$O, L:$		$\rightarrow$ BIT
$mkbitseq_i:$	BIT^i	$\rightarrow \mathrm{BITSEQ}_i$ $\quad i=1,\ldots,64$
$bit_i:$	$\mathrm{BITSEQ}_i \times \mathrm{INT}$	$\rightarrow$?BIT $\quad i=1,\ldots,64$
$sel_{i,j}^{k,j}:$	BITSEQ_i	$\rightarrow \mathrm{BITSEQ}_{j-k+1}$ $\quad i=1,\ldots,64, 1 \leq k < j \leq 64$
$(++_i^j):$	$\mathrm{BITSEQ}_i \times \mathrm{BITSEQ}_j$	$\rightarrow \mathrm{BITSEQ}_{i+j}$ $\quad i,j \geq 1,\ i+j \leq 64$
$quad:$	BYTE^8	$\rightarrow$ QUAD
$selbyte:$	QUAD $\times$ INT	$\rightarrow$?BYTE
$quadtoint:$	QUAD	$\rightarrow$ INT
$inttoquad:$	INT	$\rightarrow$ QUAD
$quadtofloat:$	QUAD	$\rightarrow$ FLOAT
$floattoquad:$	FLOAT	$\rightarrow$ QUAD
$(+_I), (*_I), (-_I):$	QUAD $\times$ QUAD	$\rightarrow$ QUAD
$(+_F), (*_F), (-_F):$	QUAD $\times$ QUAD	$\rightarrow$ QUAD
$(/_F):$	QUAD $\times$ QUAD	$\rightarrow$?QUAD
$convert:$	QUAD	$\rightarrow$?QUAD

BYTE	$\triangleq \mathrm{BITSEQ}_8$	$bit_i(n)$	selektiert n-tes Bit
QUAD	$\triangleq \mathrm{BITSEQ}_{64}$	$sel_{i,j}^{k,j}$	Teilfolge $b_k \cdots b_j$
mkbyte	$\triangleq mkbitseq_8$	$++_i^j$	Anhängen zweier Bitfolgen
mkquad	$\triangleq mkbitseq_{64}$	$selbyte(n)$	selektiert n-tes Byte eines Worts
		$+_I$, $*_i$ etc.	Arithmetische Operationen auf ganzen Zahlen
		$+_F$, $*_F$ etc.	Arithmetische Operationen auf Gleitkommazahlen
		$convert(x)$	Konversion in äquivalente Gleitkommazahl

Bytes und Wörter

Einige Axiome

$D(bit_i(b,n)) \Leftrightarrow n \geq 0 \wedge n < i$
$bit_i(mkbitseq_i(b_{i-1},\ldots,b_0),n) \doteq b_n,\ i = 1,\ldots,64,\ n = 0,\ldots,i-1$
$++_i^j(mkbitseq_i(b_{i-1},\ldots,b_0), mkbitseq(b'_{j-1},\ldots,b'_0) \doteq mkbitseq_i(b_{i-1},\ldots,b_0,b'_{j-1},\ldots,b'_0)$
$quad(b_7,\ldots,b_0) \triangleq b_7 ++_8^8 \cdots ++_{56}^8 b_0$

Satz 3.1 (Hardwarekorrektheit der arithmetischen Operationen)

Die Arithmetisch-Logische Einheit des DEC-Alpha-Prozesors implementiert eine $\textsc{Value}_\alpha$-Algebra $\mathfrak{V}$, so dass folgende Eigenschaften erfüllt sind:

$\mathfrak{V} \models x +_I y \doteq inttoquad(intplus(quadtoint(x), quadtoint(y)))$
$\mathfrak{V} \models x *_I y \doteq inttoquad(intmul(quadtoint(x), quadtoint(y)))$
$\mathfrak{V} \models x -_I y \doteq inttoquad(intminus(quadtoint(x), quadtoint(y)))$
$\mathfrak{V} \models x +_F y \doteq floattoquad(fltplus(quadtofloat(x), quadtofloat(y)))$
$\mathfrak{V} \models x *_F y \doteq floattoquad(fltmul(quadtofloat(x), quadtofloat(y)))$
$\mathfrak{V} \models x -_F y \doteq floattoquad(fltminus(quadtofloat(x), quadtofloat(y)))$
$\mathfrak{V} \models x /_F y \doteq floattoquad(fltdiv(quadtofloat(x), quadtofloat(y)))$
$\mathfrak{V} \models convert(x) \doteq floattoquad(inttofloat(quadtoint(x)))$

Beobachtung

Division und Rest bei ganzen Zahlen ist nicht vorhanden

⇒ Muss explizit programmiert werden

-3.5mm

Speicherzustandsraum

Speicherzustand

- 64-Bit-adressierter Byte-orientierte Speicher
- 32 64-Bit Ganzzahlregister (R31 ist immer 0)
- 32 64-Bit Gleitkommaregister (F31 ist immer 0)
- 1 64-Bit Gleitkommastatusregister (FPCR) (auch für Ausnahmen)

spec $\textsc{MemState}_\alpha$ **extends** $\textsc{Value}_\alpha$
sorts BYTELIST
operations

mem :	QUAD	→ BYTE
reg :	BITSEQ_5	→ QUAD
$freg$:	BITSEQ_5	→ QUAD
$fpcr$:		→ QUAD
inp :		→ BYTELIST
out :		→ BYTELIST

Einige nützliche Makros

- Lesen eines Wortes aus dem Speicher mit Adresse a:
  $Read(a) \triangleq quad(mem(a),\ldots,mem(a +_I 7))$
- Schreiben eines Wortes v in den Speicher an Adresse a (Big-Endian):

$$Store(a,v) \triangleq \begin{array}{ll} mem(a) & := selbyte(v,7) \\ mem(a+1) & := selbyte(v,6) \\ & \vdots \\ mem(a+7) & := selbyte(v,0) \end{array}$$

- Explizite Benennung von Registern:
  $R0 \triangleq reg(mkbitseq_5(O,O,O,O,O)),\ldots,R31 \triangleq reg(mkbitseq_5(L,L,L,L,L))$
- Explizite Benennung von Gleitkomma-Registern:
  $F0 \triangleq freg(mkbitseq_5(O,O,O,O,O)),\ldots,F31 \triangleq freg(mkbitseq_5(L,L,L,L,L))$

3.2 Transformation des Zustandsraums

Aufgaben

- Abbildung der ganzen Zahlen, Gleitkommazahlen und Werte
- Abbildung der Adressen
- Abbildung des Laufzeitkellers
- Abbildung des Speichers
- Abbildung der Ausnahme

Abbildung der Zwischenergebnisse

Diese Abbildung erfolgt durch Registerzuteilung

⇒ Aufgabe der Codeerzeugung

⇒ Zwischenergebnisse werden noch an AST-Knoten gebunden

Problem

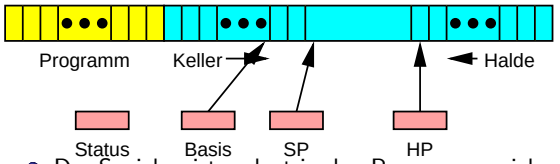
Divisionsoperatoren auf ganzen Zahlen existieren nicht

⇒ Muss bei Zwischencodeerzeugung als Funktionsaufruf implementiert werden

☞ Hier werden eine Operation $/_I$ und $\%_I$ definiert, so dass
$x/_I y \doteq inttoquad(intdiv(quadtoint(x), quadtoint(y)))$ gilt.
$x\%_I y \doteq inttoquad(mod(quadtoint(x), quadtoint(y)))$

Partitionierung des Speichers

Grundprinzip von Laufzeitsystemen



- Der Speicher ist zerlegt in den Programmspeicher und den Arbeitsspeicher des Programms
- Keine Adresse im Programm darf auf den Programmspeicher schreibend zugreifen

⇒ Korrektheit des Betriebssystem

- Der Arbeitsspeicher des Programms ist zerlegt in den Keller und die Halde, die von verschiedenen Enden aufeinander zuwachsen
- Der Kellerzeiger SP und der Haldenzeiger HP zeigen den aktuellen Pegelstand an.
- Das Statusregister gibt Ausnahmen an.
- Alle konstanten Adressen im Programm sind relativ zum Basisregister adressiert

Konsequenzen für die Speicherabbildung

Grundprinzip

- Der Laufzeitkeller wird auf den Keller abgebildet
- Globale Variablen werden ganz unten im Keller gespeichert
- Lokale Variablen, deren Typ ein Basistyp oder ein Verbund ist, werden direkt im Laufzeitkeller gespeichert
- Mit `new` erzeugte Objekte werden auf der Halde gespeichert
- Das Prozedurframe wird samt Parametern und lokalen Variablen bei Aufruf auf dem Keller angelegt und bei Verlassen wieder entfernt

⇒ Lokale Variablen befinden sich in diesem Frame

⇒ Lokale Variablen werden relativ zum Anfang des Frames adressiert

⇒ Basisregister enthält die Anfangsadresse des obersten Frames

- Bei Verbundobjekten werden die Verbundfelder ebenfalls relativ zum Verbundanfang adressiert

Anforderungen an die Speicherabbildung

- Die Relativadressen sind alle nicht-negativ
- Zwei Speicherbereiche lokaler Variablen dürfen sich nicht überlappen
- Zwei Speicherbereiche von Verbundfeldern dürfen sich nicht überlappen
- Zwei Speicherbereiche globaler Variablen dürfen sich nicht überlappen
- Die Ausrichtung einer Prozedur, Blocks bzw. Verbunds ist so bestimmt, dass sie maximal unter den Ausrichtungen der lokalen Variablen und Blöcke bzw. Verbundfeldern ist. Damit benötigt man die statischen Funktionen $size, align : \text{PROG} \times \text{OCC} \to ?\text{INT}$
- Zwei Prozedurframes auf dem Keller dürfen sich nicht überlappen
- Zwei Klassenobjekte auf der Halde dürfen sich nicht überlappen

Beobachtungen

- Wenn der Kellerzeiger oder Haldenzeiger bewegt wird, muss er um die entsprechende Größe (inkl. Ausrichtung) verschoben werden.

⇒ Die Größe und Ausrichtung von Prozeduren und Verbunden muss so bestimmt werden, dass alle Objekte in das Frame passen

- Prozedurframe speichern zusätzlich noch Verweise auf den dynamischen Vorgänger und die Rücksprungadresse
- Die Ausrichtung von Wörtern ist auf der DEC-Alpha immer 4 (d.h. die letzen beiden Bits sind O)

Verwaltung der Relativadressen

spec RELTAB **extends** PROG
sorts RelTab, ID, IDLIST, INT, BOOL
operations

mktab :		→ RELTAB	erzeugt leere Tabelle
$addAddr_\alpha$:	RELTAB × ID × INT × INT × INT	→ RELTAB	neue Relativ Adresse
isDefined	RELTAB × ID	→ BOOL	
addr :	RELTAB × ID	→?QUAD	ermittelt Relativadresse
size :	RELTAB × ID	→?INT	ermittelt Größe
align :	RELTAB × ID	→?INT	ermittelt Ausrichtung
maxalign	RELTAB	→ INT	maximale Ausrichtung
minaddr	RELTAB	→ QUAD	minimale Adresse
maxaddr	RELTAB	→ QUAD	maximale Adresse
lastsize	RELTAB	→ QUAD	Größe des letzten Objekts
$deladdrs_\alpha$:	RELTAB × ID	→ RELTAB	beseitigt Bindung
$(++_r)$:	RELTAB × RELTAB	→ RELTAB	Anhängen von Bindungen
$(\backslash_r)$:	RELTAB × IDLIST	→ RELTAB	Entfernen von Bindungen

axioms Übung

- Mit der Relativadresse wird auch die Größe und die Ausrichtung eingetragen

Korrektheitsanforderungen an die Speicherabbildung

Anforderung 3.2 (Speicherabbildung)

Für jede statische RELTAB-Algebra $\mathfrak{A}$, alle Programme p und alle Tabellen $e \triangleq reladdr(p, o)$ mit $occ(p, o)$ **is** BLOCK, $occ(p, o)$ **is** PROCDECL, $occ(p, o)$ **is** STRUCT, $occ(p, o)$ **is** CLASS und $occ(p, o)$ **is**PROG gilt:

$\mathfrak{A} \models minaddr(e) \geq 0 \doteq true$
$\mathfrak{A} \models \forall x, y : \text{ID} \bullet \; addr(e, x) \leq_I addr(e, y) \doteq true \wedge$
$addr(e, y) <_I addr(e, x) + size(e, x) \doteq true \Rightarrow x \doteq y$
$\mathfrak{A} \models \forall x : \text{ID} \bullet isAligned(addr(e, x), align(e, x)) \doteq true$
$\mathfrak{A} \models align(p, o) \doteq maxalign(e)$
$\mathfrak{A} \models size(p, o) \leq maxaddr(e) + lastsize(e) \doteq \text{true}$
$\mathfrak{A} \models occ(p, o)$ **is** PROCDECL $\Rightarrow minaddr(e) \geq 16 \doteq true$

Problem

Muss dann entsprechenden Teil des Übersetzers verifizieren, so dass Anforderung 3.2 garantiert erfüllt ist?

Beobachtung

Die Bedingungen in Anforderung 3.2 können statische überprüft werden

⇒ Ein verifizierender Übersetzer muss diese Information öffentlich zur Verfügung stellen.

⇒ Implementieren eines verifizierten Programmprüfers zur Überprüfung der Eigenschaften

⇒ Nach Durchführung der Transformation wird (verifiziert) überprüft, ob der Übersetzer auch tatsächlich die mitgeteilte Speicherabbildung verwendet hat.

Abbildung des Zustandsraums

Laufzeitkeller

Der Laufzeitkeller durch den Keller der DEC-Alpha implementiert:

- Jedes Frame hat einen Umfang

⇒ erhöhen des Kellerzeigers um diesen Umfang

- Im Frame wird auch der Zeiger auf den lokalen Vorgänger und die Rücksprungadresse gespeichert
- Nachweis, dass die Kellergesetze erfüllt sind
- Die aktuelle Umgebung *env* entspricht dem obersten Frame
- Die Basisadresse ist im Basisregister
- Für die Wahl des Kellerzeigers und des Basisregisters werden wegen der Interoperabilität mit den Betriebssystemen die Register R30 bzw. R29 gewählt.

Speicher

- Speicher des Programms wird auf den Speicher der DEC-Alpha abgebildet
- Partitionierung bedeutet, dass der Laufzeitkeller im Speicher abgelegt wird
- Haldenpegel wird in einem Register verwaltet, das bei Unterbrechungen (z.B. durch I/O) gerettet wird (z.B. Register R2)
- Register, das den Anfang angibt (Register R3)

Implementierung

Ziel

- Festlegen der Menge $\mathbb{A}_\alpha$ der Zustände einer $\textsc{State}_\alpha$-Algebra, die eine gültige Partitonierung des Speichers entsprechen
- Definieren einer Abbildung $\phi : \mathbb{A}_\alpha \to \mathbb{A}$, wobei $\mathbb{A}$ die Menge der Zustände der ASM der Sprache C-- ist aus Kapitel 2 ist

Vorgehen

- Definiere für jede $\textsc{State}_\alpha$-Algebra $\mathfrak{A} \in \mathbb{A}_\alpha$ eine $\textsc{State}_2$-Algebra $\mathfrak{B}$ mit Hilfe der Trägermengen und Funktionsinterpretationen aus $\mathfrak{A}$
- Definiere $\phi(\mathfrak{A}) \triangleq \mathfrak{B}$
- Nachweis der 1-1-Simulation (s. Abschnitt 3.3)

Signatur der Spezifikation Env_2

spec $\textsc{Env}_2$ **extends** $\textsc{Prog},\textsc{Value}$
sorts ENV, LOC, FRAME, FRAMESTACK, EXPRVALS
subsorts LOC $\sqsubseteq$ VALUE
operations

mkenv :		→ ENV
newbind :	ENV × ID × LOC	→ ENV
isUsed :	ENV × LOC	→ BOOL
bind :	ENV × ID	→?LOC
isBound :	ENV × ID	→ BOOL
delbind :	ENV × ID	→ ENV
$(++)$:	ENV × ENV	→ ENV
$(\backslash)$:	ENV × IDLIST	→ ENV
mkframe :	ENV × OCC × EXPRVALS	→ FRAME
mkstack :		→ FRAMESTACK
push :	FRAMESTACK × FRAME	→ FRAMESTACK
pop :	FRAMESTACK	→?FRAMESTACK
getenv :	FRAMESTACK	→?ENV
getpc :	FRAMESTACK	→?OCC
getval :	FRAMESTACK	→?EXPRVALS
novals :		→ EXPRVALS
addval :	OCC × VALUE × EXPRVALS	→ EXPRVALS
findval :	OCC × EXPRVALS	→?VALUE

Umgebungen im DEC-Alpha-Kontext

spec $\textsc{Env}_\alpha$ **extends** $\textsc{RelAddr},\textsc{Value}_\alpha$
sorts Env_α, ID, IDLIST, INT, BOOL
operations

$mkenv_\alpha$:		→ ENV_α	erzeugt leere Umgebung
$newbind_\alpha$:	$\text{ENV}_\alpha \times$ ID × QUAD	→ ENV_α	neue Zuordnung
$isUsed_\alpha$	$\text{ENV}_\alpha \times$ QUAD	→ BOOL	prüft Adresse
$isBound_\alpha$	$\text{ENV}_\alpha \times$ ID	→ BOOL	prüft Bindung
$bind_\alpha$:	$\text{ENV}_\alpha \times$ ID	→?QUAD	ermittelt Bindung
$size_\alpha$:	$\text{ENV}_\alpha \times$ ID	→?INT	ermittelt Größe
$align_\alpha$:	$\text{ENV}_\alpha \times$ ID	→?INT	ermittelt Ausrichtung
$delbind_\alpha$:	$\text{ENV}_\alpha \times$ ID	→ ENV_α	beseitigt Bindung
$(++_\alpha)$:	$\text{ENV}_\alpha \times \text{ENV}_\alpha$	→ ENV_α	Anhängen von Bindungen
$(\backslash_\alpha)$:	$\text{ENV}_\alpha \times$ IDLIST	→ ENV_α	Entfernen von Bindungen

axioms

$$D(newbind_\alpha(e,x,l)) \Leftrightarrow isUsed_\alpha(e,l) \doteq false$$
$$D(bind_\alpha(e,x)) \Leftrightarrow isBound_\alpha(e,x) \doteq true$$
$$bind_\alpha(newbind_\alpha(e,x,l),x) \doteq l$$
$$\neg x \doteq y \Rightarrow bind_\alpha(newbind_\alpha(e,y,l),x) \doteq bind_\alpha(e,x)$$
$$delbind_\alpha(mkenv_\alpha,x) \doteq mkenv_\alpha$$
$$delbind_\alpha(newbind_\alpha(e,x,l),x) \doteq e$$
$$\neg x \doteq y \Rightarrow delbind_\alpha(newbind_\alpha(e,y,l),x) \doteq delbind_\alpha(e,x)$$

Übrige Axiome sind zur Übung überlassen

Zustandsräume von C-- und DEC-Alpha

Zustandsraum von C--

spec STATE_2 **extends** ENV_2
sorts EXCEPTION, LISTOFVAL
operations

env :		→ ENV	
mem :	LOC	→?VALUE	
inp :		→ LISTOFVAL	
out :		→ LISTOFVAL	
prog :		→ PROG	
pc :		→ OCC	
exc :		→ EXCEPTION	
val :	OCC	→?VALUE	
loc :	OCC	→?LOC	
entered :	OCC	→?BOOL	
procstack :		→ FRAMESTACK	

Zustandsraum der DEC-Alpha bzgl. C--

spec STATE_α^M **extends** ENV_α
sorts BYTELIST
operations

mem_α :	QUAD	→ QUAD	
inp_α :		→ BYTELIST	
out_α :		→ BYTELIST	
prog :		→ PROG	
pc :		→ OCC	
fpcr :		→ QUAD	Statusregister
val :	OCC	→?QUAD	
loc :	OCC	→?QUAD	
entered :	OCC	→?BOOL	
UP :		→?QUAD	Anfang des Arbeitsspeichers
BP :		→?QUAD	Basisregister
SP :		→?QUAD	Kellerzeiger
HP :		→?QUAD	Haldenzeiger

Was ist nun zu tun?

Aufgabe

Angabe einer STATE_2-Algebra $\mathfrak{B} \triangleq \langle B, [\![\cdot]\!]_B$ unter Verwendung einer STATE_α^M-Algebra $\mathfrak{A} = \langle A, [\![\cdot]\!]_A \rangle$

- Interpretationen für alle Sorten von STATE_2
- Interpretationen für alle Funktionen von STATE_2
- Nachweis der Axiome von STATE_2

Vorgehen

- Intuitive Idee
- Sorten
- Interpretation der Funktionen auf diesen Sorten
- Nachweis der Axiome

☞ Ggf. Einführung weiterer Operationen zu ENV_α

Umgebungen

Intuitive Idee

- Adressen werden durch Wörter repräsentiert
- Programme werden in der Algebra $\mathfrak{B}$ genauso interpretiert wie $\mathfrak{A}$

Interpretationen

Sorten: $B_{\text{ENV}} \triangleq A_{\text{ENV}_\alpha}$, $B_{\text{LOC}} \triangleq A_{\text{QUAD}}$, $B_{\text{ID}} \triangleq A_{\text{ID}}$ und $B_{\text{IDLIST}} \triangleq A_{\text{IDLIST}}$

Operationen:

$$
\begin{array}{ll}
[\![mkenv]\!]_B & \triangleq [\![mkenv_\alpha]\!]_A \\
[\![newbind]\!]_B & \triangleq [\![newbind_\alpha]\!]_A \\
[\![isUsed]\!]_B & \triangleq [\![isUsed_\alpha]\!]_A \\
[\![bind]\!]_B & \triangleq [\![bind_\alpha]\!]_A \\
[\![isBound]\!]_B & \triangleq [\![isBound_\alpha]\!]_A \\
[\![++]\!]_B & \triangleq [\![++_\alpha]\!]_A \\
[\![\backslash]\!]_B & \triangleq [\![\backslash_\alpha]\!]_A
\end{array}
$$

Korollar 3.3 (Korrektheit der Umgebungen)

$\mathfrak{B} \models D(newbind(e,x,l)) \Leftrightarrow isUsed(e,l) \doteq false$
$\mathfrak{B} \models D(bind(e,x)) \Leftrightarrow \mathfrak{B} \models isBound(e,x) \doteq true$
$\mathfrak{B} \models bind(newbind(e,x,l),x) \doteq l$
$\mathfrak{B} \models \neg x \doteq y \Rightarrow bind(newbind(e,y,l),x) \doteq bind(e,x)$
$\mathfrak{B} \models delbind(mkenv,x) \doteq mkenv$
$\mathfrak{B} \models delbind(newbind(e,x,l),x) \doteq e$
$\mathfrak{B} \models \neg x \doteq y \Rightarrow delbind(newbind(e,y,l),x) \doteq delbind(e,x)$
analog für weitere Axiome

Laufzeitkeller

Intuitive Idee

- Die Ausdruckszwischenergebnisse werden noch über eine geradzahlige Folge von Wörtern verwaltet

⇒ Funktionen *occtoquad* : PROG × OCC →?QUAD und *quadtoocc* : PROG × QUAD →?OCC

- Laufzeitkeller ist eine Liste solcher Frames

Interpretation

Sorten:

$$
\begin{array}{ll}
B_{\text{FRAME}} & \triangleq A_{FRAME} \times A_{\text{OCC}} \times A_{\text{BYTELIST}} \\
B_{\text{FRAMESTACK}} & \triangleq A_{FRAME}^* \\
B_{\text{EXPRVALS}} & \triangleq A_{\text{BYTELIST}}
\end{array}
$$

Operationssymbole:

$$
\begin{array}{ll}
[\![novals]\!]_B & \triangleq [\![nobytes]\!]_A \\
[\![addval]\!]_B(o,v,b) & \triangleq [\![occtoquad]\!]_A(o) {+}{+} v {+}{+} b \\
[\![findval]\!]_B(o,b) & \triangleq b[16i+8..16i+15] \\
 & \quad \text{wobei } i \text{ minimal, so dass } b[16i..16i+7] = [\![occtoquad]\!]_A(o) \\
[\![mkframe]\!]_B(e,o,b) & \triangleq \langle e,o,b \rangle \\
[\![mkstack]\!]_B & \triangleq [] \\
[\![push]\!]_B(s,f) & \triangleq f : s \\
[\![pop]\!]_B(s) & \triangleq tail(s) \\
[\![getenv]\!]_B(s) & \triangleq e \text{ wobei } head(s) = \langle e,o,b \rangle \\
[\![getpc]\!]_B(s) & \triangleq o \text{ wobei } head(s) = \langle e,o,b \rangle \\
[\![getval]\!]_B(s) & \triangleq o \text{ wobei } head(s) = \langle e,o,b \rangle
\end{array}
$$

Laufzeitkeller

Lemma 3.4 (Korrektheit der Laufzeitkeller)

$\mathfrak{B} \models pop(push(s, f)) \doteq s$
$\mathfrak{B} \models getenv(push(s, mkframe(e, o, v)) \doteq e$
$\mathfrak{B} \models getpc(push(s, mkframe(e, o, v)) \doteq$
$\mathfrak{B} \models getval(push(s, mkframe(e, o, v)) \doteq v$
$\mathfrak{B} \models findval(o, addval(o, x, v)) \doteq x$
$\mathfrak{B} \models \neg o \doteq o' \Rightarrow findval(o, addval(o', x, v)) \doteq findval(o, v)]$

Beweis

Wir zeigen $\mathfrak{B} \models findval(o, addval(o, x, v)) \doteq x$

$[\![findval]\!]_B(o, [\![addval]\!]_B(o, x, v))$
$= [\![findval]\!]_B([\![occtoquad]\!]_A(o) {+}{+} x {+}{+} b)$
$= x$

Übung Restliche Axiome

Dynamische Funktionen

Intuitive Idee

- *procstack* und *env* können aus dem Laufzeitkeller im Speicher sowie den Relativadressen definiert werden
- Adressen der Form $floc(l, a)$ können direkt mit Hilfe der Relativadressen für Verbundfelder berechnet werden
- Der Speicher kann direkt implementiert werden.
- Die Ausnahme exc wird durch das Statusregister *fpcr* implementiert
- Zu speichernde Werte vom Typ BOOL werden als Wort gespeichert

$\Rightarrow$ Funktionen *booltoquad* : BOOL $\to$ QUAD und *quadtobool* : QUAD $\to$ BOOL

- Ein- und Ausgabeströme werden direkt aufeinander abgebildet

Interpretationen

$$[\![mem]\!]_B([\![l]\!]_A) \triangleq [\![Read(l)]\!]_A \qquad [\![loc]\!]_B(o) \triangleq [\![loc]\!]_A(o)$$
$$[\![inp]\!]_B \triangleq [\![inp_\alpha]\!]_A \qquad [\![pc]\!]_B \triangleq [\![pc]\!]_A$$
$$[\![out]\!]_B \triangleq [\![out_\alpha]\!]_A \qquad [\![head]\!]_B(b) \triangleq b[0..7]$$
$$[\![exc]\!]_B \triangleq [\![fpcr]\!]_A \qquad [\![tail]\!]_B(b) \triangleq b[8..|b|-1]$$
$$[\![entered]\!]_B \triangleq [\![entered]\!]_A \qquad [\![divByZero]\!]_B \triangleq L0^9 LO^{53}$$
$$[\![val]\!]_B(o) \triangleq [\![val]\!]_A(o) \qquad [\![nullPtrDeref]\!]_B \triangleq LO^{63}$$

Laufzeitkeller und Umgebung

Intuitive Idee

- Laufzeitkeller im Speicher als Keller von Aktivierungsverbunden
- BP enthält die Basisadresse des obersten Aktivierungsverbundes
- An Adresse BP wird die Basisadresse des darunterliegenden Aktivierungsverbundes gespeichert
- An Adresse $BP + 8$ wird die Rücksprungadresse (Verweis auf Aufrufer) gespeichert
- An den folgenden Adressen werden die lokalen Variablen gespeichert
- Bei Aufruf werden anschließend die Ausdruckswerte gespeicherte, die noch benötigt werden.
- Unter dem Laufzeitkeller werden globale Variablen gespeichert.
- *env* ergibt sich aus den Relativadressen des obersten Aktivierungsverbunds

Umgebung

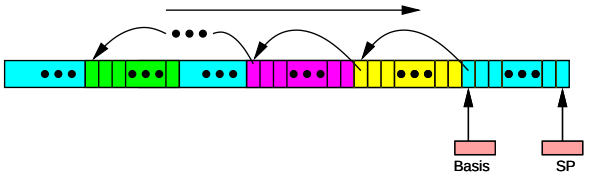
Für die Interpretation $[\![env]\!]_B$ gilt:

$$[\![isBound]\!]_A([\![env]\!]_B, x) = [\![isBound]\!]_A([\![RelAddrTab]\!]_A, x)$$
$$[\![bind_\alpha]\!]_A([\![env]\!]_B, x) = [\![BP]\!]_A + [\![addr]\!]_A([\![RelAddrTab]\!]_A, x)$$
$$[\![floc]\!]_B(l, a) = l + [\![addr]\!]_A([\![RelAddrTab]\!]_A, x)$$

wobei $RelAddrTab \triangleq reladdr(prog, pc)$

Laufzeitkeller

***i*-tes Frame von oben**



Das i-te Frame befindet sich an der folgenden Basisadresse BP_i: $BP_0 \triangleq BP$, $BP_{i+1} \triangleq Read(BP_i)$

Es gilt $get([\![procstack]\!]_B, i) = \langle e, o, v \rangle$, wobei

- $o = [\![quadtoocc(Read(\mathrm{BP}_i +_I quadtoint(8)))]\!]_B$
- e ist Umgebung mit folgenden Eigenschaften
  $[\![isBound_\alpha]\!]_A(e, x) = [\![isBound]\!]_A(RelAddrTab_i, x)$
  $[\![bind_\alpha]\!]_A(e, x) = [\![BP_{i+1}]\!]_A + [\![addr]\!]_A(OldRelAddrTab_i, x)$
  wobei $RelAddrTab_i \triangleq [\![reladdr]\!]_A([\![prog]\!]_A, o)$
- Die Größe ist maximal bis zum Basisregister gegeben:
  $[\![BP_{i+1}]\!]_A + SizeLocals + |v| = [\![BP]\!]_A$
  wobei $SizeLocals = [\![maxaddr]\!]_A(RelAddrTab_i) + [\![lastsize]\!]_A(RelAddrTab_i) + |v| + 1$
- $v = [[\![mem_\alpha]\!]_A([\![BP_{i+1}]\!]_A + SizeLocals + 1), \ldots, [\![mem_\alpha]\!]_A([\![BP_i]\!]_A - 1)]$

Diskussion

Beobachtung

Ein Teil der Algebra impliziert, dass nicht alle Zustände so abgebildet werden können

⇒ Invarianten auf erreichbaren Zuständen erforderlich

- Es gibt auch weitere solcher Invarianten

State$^M_\alpha$-Invarianten

Jede erreichbare Algebra $\mathfrak{A}$ der ASM muss die folgenden Eigenschaften erfüllen

- Es gibt ein n mit $BP_n = UP$
- Der Aktivierungsverbund passt genau zwischen BP_{i+1} und BP_i
- Der Kellerzeiger SP ist immer nach den lokalen Variablen
- Zwischen UP und BP_{n-1} passen genau die globalen Variablen
- Der Stackpointer ist immer kleiner gleich dem Heappointer

$\mathfrak{A} \models BP_{i+1} <_I BP_i \doteq true$
$\mathfrak{A} \models BP_n \doteq UP$
$\mathfrak{A} \models BP_{i+1} +_I SizeLocals_i +_I SizeRes_i +_I 1 \doteq BP_i$
$\mathfrak{A} \models SP \doteq BP +_I SizeLocals +_I 1$
$\mathfrak{A} \models UP + SizeGlobals +_I 1 \doteq BP_{n-1}$
$\mathfrak{A} \models SP \leq_I HP \doteq true$

wobei
$CallPc_i \triangleq occtoquad(Read(BP_i + 8))$
$RelAddrTab_i \triangleq reladdr(prog, CallPc)$
$FrameSize(tab) \triangleq maxaddr(tab) + lastsize(tab)$
$SizeLocals_i \triangleq FrameSize(RelAddrTab_i)$
$SizeRes_i \triangleq inttoquad(length(exproccs(prog, CallPc_i)) * 16)$
$RelAddrTab \triangleq reladdr(prog, pc)$
$SizeLocals \triangleq FrameSize(RelAddrTab)$
$GlobAddrTab \triangleq reladdr(prog, ())$
$SizeGlobals \triangleq FrameSize(GlobAddrTab)$

3.3 Verifikation der Speicherabbildung

Vorgehen

- Definition der Initialzustände auf DEC-Alpha-Semantik
- Nachweis, dass dieser Invariante erfüllt
- Nachweis, dass mit der Abbildung ϕ aus Abschnitt 3.2 $\phi(\mathfrak{I})$ eine INITSTATE$_2$-Algebra für jeden Initialzustand der DEC-Alpha-Semantik ist
- Definition der Zustandsübergangsregeln auf Basis von STATE$^M_\alpha$-Algebren
- Nachweis, dass der Nachfolgezustand die Invarianten erfüllt
- Nachweis, dass $\phi(next_U(\mathfrak{A})) = next_{U'}(\phi(\mathfrak{A}))$

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{B} & \xrightarrow[next]{} & \mathfrak{B}' \\ \uparrow \phi & & \uparrow \phi \\ \mathfrak{A} & \xrightarrow[next]{} & \mathfrak{A}' \end{array}$$

Initialzustände

Initialzustände der C--Semantik

spec INITSTATE$_2$ **extends** STATE$_2$
axioms
$\neg D(mem(x))$
$out \doteq []$
$env \doteq mkenv$
$pc \doteq first(prog) \neg D(loc(o))$
$\neg D(val(o))$
$D(entered(o)) \Leftrightarrow occ(prog, o)$ **is** BLOCK
$entered(o) \doteq false$
$exc = ok$
$procstack \doteq mkstack$

Initialzustände der C--Semantik bzgl. DEC-Alpha

spec INITSTATE$_\alpha$ **extends** STATE$_\alpha$
axioms
$out \doteq []$
$pc \doteq first(prog)$
$\neg D(loc(o))$
$\neg D(val(o))$
$D(entered(o)) \Leftrightarrow occ(prog, o)$ **is** BLOCK
$entered(o) \doteq false$
$fpcr \doteq 0^{64}$
$HP \doteq maxaddr$
$BP \doteq UP +_I SizeGlobals$
$SP \doteq BP + 16$
$Read(BP) \doteq UP$

Korrektheit

Lemma 3.5 (Initialzustände erfüllen Invarianten)

Jede INITSTATE$_\alpha$-Algebra $\mathfrak{I}$ erfüllt die Invarianten, d.h.
$\mathfrak{I} \models BP_1 <_I BP_0 \doteq true$
$\mathfrak{I} \models BP_1 \doteq UP$
$\mathfrak{I} \models UP + SizeGlobals +_I 1 \doteq BP_0$
$\mathfrak{I} \models SP \leq_I HP \doteq true$

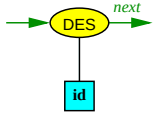
wobei
$BP_0 \triangleq BP$
$BP_{i+1} \triangleq Read(BP_i)$
$FrameSize(tab) \triangleq maxaddr(tab) + lastsize(tab)$
$GlobAddrTab \triangleq reladdr(prog, ())$
$SizeGlobals \triangleq FrameSize(GlobAddrTab))$

Beweis

- Da $\mathfrak{I} \models BP \doteq UP +_I SizeGlobals$ und $\mathfrak{I} \models SizeGlobals \geq_I 0 \doteq true$ gilt auch $\mathfrak{I} \models BP_1 <_I BP_0 \doteq true$ und $\mathfrak{I} \models UP + SizeGlobals +_I 1 \doteq BP_0$
- Es gilt das Axiom $\mathfrak{I} \models Read(BP) \doteq UP$. Mit den Makros ergibt sich $\mathfrak{I} \models UP + SizeGlobals +_I 1 \doteq BP_0$
- Da $\mathfrak{I} \models HP \doteq maxaddr$ gilt $\mathfrak{I} \models SP \leq_I HP \doteq true$

Zugriffspfade: Variablenzugriff

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** DES **then**
  $loc(pc) := Loc$
  $Coerce(val(pc), mem(Loc), pc)$
  $Proceed$

$Coerce(src, dest, p) \triangleq$

$Env \triangleq env{+}{+}globenv(prog)$
$Loc \triangleq bind(Env, id(pc, prog))$
$Pri(p) \triangleq pri(prog, p)$
$Post(p) \triangleq post(prog, p)$
if $\neg Pri(p) \doteq Post(p)$ **then**
  $dest := coerce(src, Pri(p), Post(p))$
else $dest := src$

Übergangsregel mit DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** DES **then**
  if $isGlobal(prog, Id)$ **then**
    $loc(pc) := Glob_\alpha$
  else $loc(pc) := Loc_\alpha$
  $Coerce_\alpha(val(pc), Read(Loc), pc)$
  $Proceed$

$Id \triangleq id(pc, prog)$
$Glob_\alpha \triangleq UP +_I addr_\alpha(GlobAttrTab, Id)$
$Loc_\alpha \triangleq BP +_I addr_\alpha(RelAttrTab, Id)$
$Coerce_\alpha(src, dest, p) \triangleq$
  if $\neg Pri(p) \doteq Post(p)$ **then**
    $dest := convert(src, Pri(p), Post(p))$
  else $dest := src$

Lemma 3.6 (Korrektheit der Zugriffspfade)

Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** DES und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Es gilt $[\![mem_\alpha]\!]_{A'} = [\![mem_\alpha]\!]_{A'}$, $[\![BP]\!]_{A'} = [\![BP]\!]_A$ und $[\![SP]\!]_{A'} = [\![SP]\!]_A$. Damit sind die Invarianten gleich.
Für die Simulation ist zu zeigen: $[\![loc(pc)]\!]_{B'} = [\![loc(pc)]\!]_{A'}$
$[\![loc(val)]\!]_{B'} = [\![val(pc)]\!]_{A'}$

i. $[\![loc(pc)]\!]_{B'} =$
$[\![Loc]\!]_B$ weil $loc(pc) := Loc \in Update(\mathfrak{B})$
$[\![bind(Env, Id)]\!]_B$ weil $Loc \triangleq bind(Env, Id)$
$[\![bind(env{+}{+}globenv(prog), Id)]\!]_B$ weil $Env \triangleq env{+}{+}globenv$

1. Fall: $\mathfrak{A} \models isGlobal(prog, Id) \doteq true$. Somit gilt $\mathfrak{A} \models isBound_\alpha(env, Id) \doteq false$. Also gilt

$[\![bind(env{+}{+}globenv(prog), Id)]\!]_B =$ Also gilt
$[\![bind]\!]_B([\![env{+}{+}globenv(prog)]\!]_B, [\![Id]\!]_B)$
$[\![bind_\alpha]\!]_A([\![env{+}{+}globenv(prog)]\!]_B, [\![Id]\!]_B)$ weil $[\![bind]\!]_B = [\![bind_\alpha]\!]_A$
$[\![bind_\alpha]\!]_A([\![globenv(prog)]\!], [\![Id]\!]_B)$ weil $\mathfrak{A} \models isBound_\alpha(env, Id) \doteq false$
$[\![UP]\!]_A + [\![addr(GlobAttrTab, Id)]\!]_A$
$[\![UP +_I addr(GlobAttrTab, Id)]\!]_A$

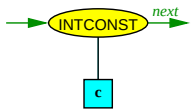
$[\![loc(pc)]\!]_{B'} = [\![UP +_I addr(GlobAttrTab, Id)]\!]_A$
Außerdem ist wegen $\mathfrak{A} \models isGlobal(prog, Id) \doteq true$ die Aktualisierung
$loc(pc) := UP +_I Glob_\alpha \in Update(\mathfrak{A})$. Damit gilt
$[\![loc(pc)]\!]_{A'} = [\![UP +_I Glob_\alpha]\!]_A = [\![UP +_I addr(GlobAttrTab, Id)]\!]_A = [\![loc(pc)]\!]_{B'}$

2.Fall: $\mathfrak{A} \models isGlobal(prog, Id) \doteq false$. **Übung**

ii. $[\![loc(val)]\!]_{B'} = [\![val(pc)]\!]_{A'}$ **Übung**

Konstanten

Semantik auf C--



if CT **is** CONST **then**
  $Coerce(val(pc), const(pc, prog), pc)$
  $Proceed$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** CONST **then**
  $Coerce_\alpha(val(pc), const(pc, prog), pc)$
  $Proceed$

Lemma 3.7 (Korrektheit der Konstantenzugriffe)

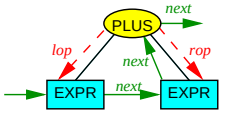
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** CONST und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Binäre Ausdrücke

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** PLUS **then**
  $Coerce(val(pc), Sum, pc)$
  $Proceed$

$Lop \triangleq val(lop(pc, prog))$
$Rop \triangleq val(rop(pc, prog))$
$Sum \triangleq Lop +_I Rop$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** PLUS **then**
  $Coerce_\alpha(val(pc), Sum_\alpha, pc)$
  $Proceed$

$Sum_\alpha \triangleq intplus(Lop, Rop)$

Lemma 3.8 (Korrektheit der Addition)

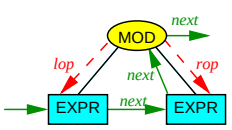
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** PLUS und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Binäre Ausdrücke: Divisionsoperatoren

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** MOD **then**
  if $Rop \doteq 0$ **then**
    $exc := divByZero$
    $pc := handle(divByZero, pc)$
  else $Coerce(val(pc), Rem, pc)$
    $Proceed$

$Rem \triangleq mod(Lop, Rop)$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** MOD **then**
  if $Rop \doteq 0$ **then**
    $fpcr := L0^9 LO^{53}$
    $pc := handle(L0^9 LO^{53}, pc)$
  else $Coerce_\alpha(val(pc), Rem_\alpha, pc)$
    $Proceed$

$Rem_\alpha \triangleq Lop\%_I Rop$

Lemma 3.9 (Korrektheit der Restberechnung)

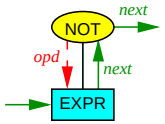
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** MOD und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Unäre Ausdrücke

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** NOT **then**
  $val(pc) := not(Opd)$
  $Proceed$

$Opd \triangleq val(opd(pc, prog))$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** MOD **then**
  $val(pc) := not_\alpha(Opd)$
  $Proceed$

Lemma 3.10 (Korrektheit der Negation)

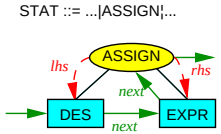
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** NOT und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Zuweisung atomarer Werte

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** ASSIGN $\wedge$ $isAtomic(Pri(lhs))$ **then**
  $mem(loc(Lhs)) := val(Rhs)$
  $Proceed$

$Lhs \triangleq lhs(prog, pc)$
$Rhs \triangleq lhs(prog, pc)$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** ASSIGN $\wedge$ $isAtomic(Pri(lhs))$ **then**
  $Store(loc(Lhs), val(Rhs))$
  $Proceed$

$$Store(a, v) \triangleq \begin{array}{ll} mem(a) & := selbyte(v, 7) \\ & \vdots \\ mem(a+7) & := selbyte(v, 0) \end{array}$$

Lemma 3.11 (Korrektheit der Zuweisung atomarer Werte)

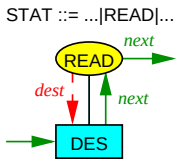
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** ASSIGN $\wedge$ $isAtomic(Pri(lhs))$ und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Lese-Anweisung

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** READ **then**
  $mem(loc(Dest)) := head(inp)$
  $inp := tail(inp)$
  $Proceed$

$Dest \triangleq dest(opd(pc, prog))$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** READ **then**
  $Store(loc(Dest), head_\alpha(inp_\alpha))$
  $inp_\alpha := tail_\alpha(inp_\alpha)$
  $Proceed$

Lemma 3.12 (Korrektheit der Leseanweisung)

Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** READ und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Schreibe-Anweisung

Zustandsübergangsregel bei C--

if *CT* **is** WRITE **then**
  out := *out.val*(*Arg*)
  Proceed

Arg ≙ *arg*(*opd*(*pc*, *prog*))

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if *CT* **is** WRITE **then**
  $out_\alpha := out_\alpha ++_\alpha val(Arg)$
  Proceed

Lemma 3.13 (Korrektheit der Schreibeanweisung)

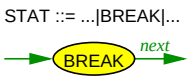
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** WRITE und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Break-Anweisung

Zustandsübergangsregel bei C--



if *CT* **is** BREAK **then**
  pc := *break*(*pc*, *prog*)

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if *CT* **is** BREAK **then**
  pc := *break*(*pc*, *prog*)

Lemma 3.15 (Korrektheit der Break-Anweisung)

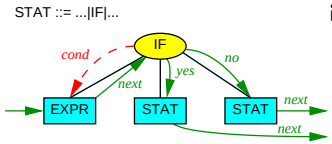
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** BREAK und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung Continue behandelt man analog

Verzweigung

Zustandsübergangsregel bei C--



if *CT* **is** IF **then**
  if *val*(*Cond*) ≐ *true* **then**
    pc := *yes*(*pc*, *prog*)
  else *pc* := *no*(*pc*, *prog*)

Cond ≙ *cond*(*opd*(*pc*, *prog*))

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if *CT* **is** IF **then**
  if *quadtobool*(*val*(*Cond*)) ≐ *true* **then**
    pc := *yes*(*pc*, *prog*)
  else *pc* := *no*(*pc*, *prog*)

Lemma 3.14 (Korrektheit der Verzweigung)

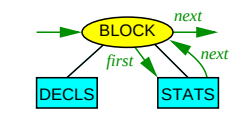
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** IF und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung Schleifen behandelt man analog

Block

Zustandsübergangsregeln bei C--



if *CT* **is** BLOCK ∧ *entered*(*pc*) ≐ *false* **then**
  AllocateVars(*locVars*(*prog*, *pc*))
  entered(*pc*) := *true*
  pc := *first*(*prog*, *pc*)
if *CT* **is** BLOCK ∧ *entered*(*pc*) ≐ *true* **then**
  DeAllocateVars(*locVars*(*prog*, *pc*))
  entered(*pc*) := *false*
  Proceed

AllocateVars(*ids*) ≙ **choose** *e* : ENV • *Good*(*e*, *ids*) **do**
  env := *e*++*env*

DeAllocateVars(*ids*) ≙ *env* := *env* \ *ids*

Zustandsübergangsregeln in DEC-Alpha-Semantik

if *CT* **is** BLOCK ∧ *entered*(*pc*) ≐ *false* **then**
  if $SP +_l inttoquad(SizeLocals) >_l HP$ **then**
    fpcr := $L0^{63}$
    pc := 2
  else $SP := SP +_l inttoquad(SizeLocals)$
    entered(*pc*) := *true*
    pc := *first*(*prog*, *pc*)

if *CT* **is** BLOCK ∧ *entered*(*pc*) ≐ *true* **then**
  $SP := SP -_l inttoquad(SizeLocals)$
  entered(*pc*) := *false*
  Proceed

RelAddrTab ≙ *reladdr*(*prog*, *pc*)
FrameSize(*tab*) ≙ *maxaddr*(*tab*) + *lastsize*(*tab*)
SizeLocals ≙ *FrameSize*(*RelAddrTab*)

Korrektheit der Block-Anweisung

Lemma 3.16 (Korrektheit der Blockausführung)

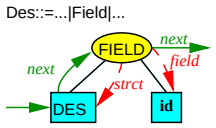
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** BLOCK und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

s. Tafel

Verbund– oder Klassenfeldzugriff

Zustandsübergangsregel bei C--



$StrctLoc \triangleq loc(strct(prog, pc))$
$ClassLoc \triangleq mem(StrctLoc)$
$FldLoc(I) \triangleq floc(I, field(prog, pc))$

if CT **is** FIELD **then**
  if $isClass(Pri(pc))$ **then**
    if $loc(pc) = null$ **then**
      $exc := nullPointerDeref$
      $pc := handle(nullPointerDeref, pc)$
    else $loc(pc) := FldLoc(ClassLoc)$
      $Coerce(val(pc), mem(FldLoc(ClassLoc)), pc)$
      $Proceed$
  else $loc(pc) := FldLoc(StrctLoc)$
    $Coerce(val(pc), mem(FldLoc(StrctLoc)), pc)$
    $Proceed$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** FIELD **then**
  if $isClass(Pri(pc))$ **then**
    if $loc(pc) = null$ **then**
      $fpcr := L0^{63}$
      $pc := handle(nullPointerDeref, pc)$
    else $loc(pc) := FldLoc_\alpha(ClassLoc_\alpha)$
      $Coerce_\alpha(val(pc), Read(FldLoc(ClassLoc))), pc)$
      $Proceed$
  else $loc(pc) := FldLoc_\alpha(StrctLoc)$
    $Coerce_\alpha(val(pc), mem(FldLoc_\alpha(StrctLoc)), pc)$
    $Proceed$

$ClassLoc_\alpha \triangleq Read(StrctLoc)$
$FldLoc_\alpha(I) \triangleq I +_I reladdr(field(prog), Id))$

Lemma 3.17 (Korrektheit der Feldzugriffe)

Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** FIELD und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Zuweisung nicht-atomarer Werte

Zustandsübergangsregel bei C--

if CT **is** ASSIGN $\wedge$ $isAtomic(Pri(lhs)) \doteq false$ **then**
  $StructCopy(Lhs, Rhs)$
  $Proceed$

$Lhs \triangleq lhs(prog, pc)$
$Rhs \triangleq lhs(prog, pc)$

$StructCopy(dest, src) \triangleq$ **forall** x : ID • $isField(Pri(dest), x)$ **do**
  if $isAtomic(gettype(fields(Pri(dest), x))$ **then**
    $mem(FldLoc(loc(dest))) := mem(FldLoc(loc(src)))$
  else $StructCopy(FldLoc(loc(dest)), FldLoc(loc(src)))$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** ASSIGN $\wedge$ $isAtomic(Pri(lhs))$ **then**
  $StructCopy_\alpha(Lhs, Rhs)Store(loc(Lhs), val(Rhs))$
  $Proceed$

$StructCopy(dest, src) \triangleq$ **forall** x : ID • $isField(Pri(dest), x)$ **do**
  if $isAtomic(gettype(fields(Pri(dest), x)))$ **then**
    $Store(FldLoc(loc(dest))), Read(FldLoc(loc(src))))$
  else $StructCopy(FldLoc(loc(dest)), FldLoc(loc(src)))$

Zuweisung nicht-atomarer Werte

Lemma 3.18 (Korrektheit der Zuweisung nichtatomarer Werte)

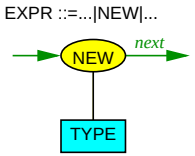
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** ASSIGN $\wedge$ $isAtomic(Pri(lhs)) \doteq false$ und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Erzeugung von Objekten

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** NEW **then**
  choose l : LOC • $IsUsed(l) \doteq false$ **do**
    $loc(pc) := l$
    Proceed

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** NEW **then**
  if $HP -_I FieldsSize <_I SP \doteq true$ **then**
    $fpcr := L0^{63}$
    $pc := 2$
  else $HP := HP -_I FieldsSize$
    $pc := break(pc, prog)$
    Proceed

$FieldsSize \triangleq FrameSize(reladdr(prog, pc.0)$

Lemma 3.19 (Korrektheit der New-Anweisung)

Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** NEW und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Prozeduraufruf: Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** CALL **then**
  if $SP +_I Incr \geqslant_I HP \doteq true$ **then**
    $fpcr := L0^{63}$
    $pc := 2$
  else $Pass_\alpha(pars(CurProc))$
    $Save(exprprocs(pc))$
    $SP := SP +_I Incr$
    $pc := body(CurProc)$
    $Store(SP +_I ExprSize, BP)$
    $Store(Rel(SP +_I ExprSize, 8), occtoquad(pc))$

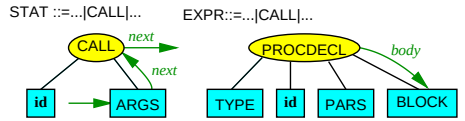
$ExprSize \triangleq inttoquad(length(exprprocs(pc)) * 16)$
$ParsSize \triangleq FrameSize(reladdr(prog, pc.0)$
$Rel(a, i) \triangleq a + inttoquad(i)$
$Incr \triangleq Rel(ExprSize, ParsSize + 16)$
$RelAddrTab \triangleq reladdr(prog, CurProc)$
$Occ(i) \triangleq occtoquad(get(occs, i))$
$Addr(i) \triangleq Rel(SP +_I ExprSize, addr(CurProc, Par(i))$

$Save(occs) \triangleq$ **forall** i : INT • $0 \leq i < length(occs)$ **do**
  $Store(Rel(SP, i * 16), OCC(i))$
  $Store(Rel(SP, i * 16 + 8), val(OCC(i)))$

$Pass_\alpha(ids) \triangleq$ **forall** i : INT • $0 \leq i < length(ids)$ **do**
  if $isAtomic(Post(Arg(i))) \doteq true$ **then**
    $Store(Addr(i), val(Arg(i)))$
  else $StructCopy(Addr(i), Arg(i))$

Prozeduraufruf

Zustandsübergangsregel bei C--



if CT **is** CALL **then**
  $Pass(pars(CurProc))$
  $procstack := push(procsstack, Frame)$
  $pc := body(CurProc)$

$Frame \triangleq mkframe(env, pc, save(exproccs(pc)))$
$CurProc \triangleq identifyDef(deftab(prog, pc), occ(prog, pc.0))$
$Par(i) \triangleq get(ids, i)$
$Arg(i) \triangleq arg(prog, pc, i)$

$Pass(ids) \triangleq$ **choose** e : ENV • $Good(e, ids)$ **do**
  $env := e$
  forall i : INT • $0 \leq i < length(ids)$ **do**
    if $isAtomic(Post(Arg(i))) \doteq true$ **then**
      $mem(bind(e, Par(i))) := val(Arg(i))$
    else $StructCopy(bind(e, x), Arg(i))$

Prozeduraufrufe

Lemma 3.20 (Korrektheit der Prozeduraufrufe)

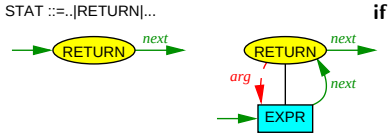
Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** CALL und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung

Prozedurrückkehr

Zustandsübergangsregel bei C--



$OldPc \triangleq getpc(procstack)$
$OldEnv \triangleq getenv(procstack)$
$OldVals \triangleq getval(procstack)$
$Arg \triangleq arg(prog, pc)$

if CT **is** RETURN $\vee \neg D(CT)$ **then**
  $pc := next(prog, OldPc)$
  $env := OldEnv$
  $procstack := pop(procstack)$
  forall o : OCC $\bullet$ $isElem(o, exproccs(prog, OldPc))$ **do**
    $val(o) := findval(o, OldVals)$
  if $isFunction(CurProc)$ **then**
    if $isAtomic(rettype(CurProc)) \doteq true$ **then**
      $Coerce(val(pc), val(Arg), OldPc)$
    else choose l : LOC $\bullet$ $lsUsed(l) \doteq false$ **do**
      $StructCopy(l, Arg)$
      $loc(OldPc) := l$

Zustandsübergangsregel in DEC-Alpha-Semantik

if CT **is** RETURN $\vee \neg D(CT)$ **then**
  $pc := next(prog, OldPc_\alpha)$
  $BP := Read(bp)$
  forall i : INT $\bullet$ $0 \leq i < exprprocs(OldPc_\alpha)$ **do**
    $val(RestOcc(i)) := RestVal(i)$
  if $isFunction(CurProc)$ **then**
    if $isAtomic(rettype(CurProc)) \doteq true$ **then**
      $Coerce_\alpha(val(pc), val(Arg), OldPc_\alpha)$
      $SP := NewSP$
    else
      $StructCopy(NewSP, Arg)$
      $loc(OldPc) := NewSP$
      $SP := Rel(NewSP, FrameSize(reladdr(prog, rettype)))$

$OldPc_\alpha \triangleq quadtoocc(Read(Rel(BP, 8)))$
$NewSP \triangleq BP - ExprSize$
$RestOcc(i) \triangleq Read(Rel(NewSP, i * 16))$
$RestVal(i) \triangleq Read(Rel(NewSP, i * 16 + 8))$
$Arg \triangleq arg(prog, pc)$

Zusammenfassung

Satz 3.22 (Korrektheit der DEC-Alpha-Semantik)

Die Semantik auf der DEC-Alphabasis ist eine eingeschränkte 1-1-Simulation der Semantik von C-- aus Kapitel 2

Prozedurrückkeht

Lemma 3.21 (Korrektheit der Prozedurrückkehr)

Sei $\mathfrak{A} = \langle A_S, [\![\cdot]\!]_A \rangle$ eine STATE_α^M-Algebra mit $\mathfrak{A} \models CT$ **is** RET $\vee$ $\neg D(CT)$ und $\mathfrak{A} \models Inv$ efülle die Invarianten aus Abschnitt 3.2. Weiter sei $\mathfrak{A}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{A})}(\mathfrak{A})$ Nachfolgezustand von $\mathfrak{A}$. Dann gilt auch $\mathfrak{A} \models Inv'$ und für $\mathfrak{B} \triangleq \phi(\mathfrak{A})$, $\mathfrak{B}' \triangleq \phi(\mathfrak{A})$ gilt: $\mathfrak{B}' \triangleq next_{Update(\mathfrak{B})}(\mathfrak{B})$

Beweis

Übung